

## НЕКОТОРЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АВТОГЕНЕРАТОРАХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ. ФАЗОВАЯ ПЛОСКОСТЬ

### § 13.1. Прерывистая генерация

Иногда в ламповых автогенераторах нулевая составляющая управляющего напряжения  $U_0$  частично создается путем *детектирования колебаний этого же генератора* и зависит, таким образом, от их амплитуды. В таких генераторах может возникнуть *прерывистая генерация*, при которой синусоидальные колебания периодически возникают и прекращаются. Прерывистая генерация может также происходить в генераторах, в которых амплитуда колебаний *автоматически регулируется* (например, в схеме рис. 12.14).

Явление прерывистой генерации рассмотрим сначала для автогенератора с автоматическим смещением (рис. 13.1). Пока колебания в этом генераторе не возникли и сеточного тока нет, смещение равно нулю. При возникновении колебаний появляется сеточный ток, нулевая составляющая которого создает падение напряжения на сопротивлении  $r$  (смещение) так же, как при сеточном детектировании.

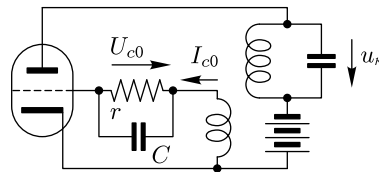


Рис. 13.1

Автоматическое смещение позволяет осуществить работу генератора при достаточно большом отрицательном напряжении на сетке, т. е. с малыми углами отсечки, что дает хороший КПД (§ 9.4). В то же время в этом генераторе обеспечивается условие самовозбуждения, так как до возникновения колебаний смещение равно нулю и крутизна в рабочей точке большая. Поясним сказанное. На рис. 13.2 в качестве примера дана зависимость приведенной крутизны  $S_1$  от амплитуды напряжения на сетке  $U_{cm}$  при различных значениях напряжения смещения  $U_{c0}$ .

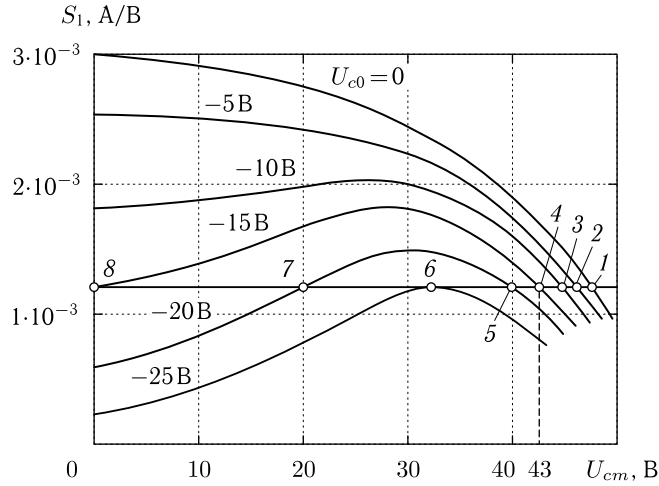


Рис. 13.2

Величина  $U_{cm}$  пропорциональна амплитуде управляющего напряжения и связана с ней зависимостью (12.17). Допустим, что для получения заданной мощности и КПД требуется  $U_{cm} = 40$  В и  $U_{c0} = -20$  В.

В § 12.3 было показано, что в установившемся режиме должно соблюдаться равенство:

$$S_1 = \mathbf{Y}(i\omega') = Y'.$$

В данном примере для получения требуемого режима необходимо  $Y' = 1,2 \cdot 10^{-3}$  1/Ом (рис. 13.2, точка 5). Если смещение  $U_{c0} = -20$  В создать от источника постоянного напряжения, то при малых  $U_{cm}$  величина  $S_1$  будет меньше, чем  $Y'$ , и самовозбуждения не произойдет. Если же смещение создается  $rC$ -ячейкой, то при малых  $U_{cm}$  напряжение  $U_{c0} = 0$  и  $S_1 > Y'$ , что обеспечит самовозбуждение.

Если сопротивление  $r$  взять достаточно большим, то может оказаться, что при данном значении  $Y'$  (скажем, при  $Y' = 1,2 \cdot 10^{-3}$  1/Ом для рис. 13.2) конденсатор зарядится до  $U_{c0} = -25$  В и будет продолжать заряжаться дальше. При этом окажется, что  $S_1 < Y'$  и амплитуда колебаний начнет быстро убывать. Колебания сорвутся, прекратится сеточный ток и конденсатор  $C$  начнет сравнительно медленно разряжаться через сопротивление  $r$ . Когда  $U_{c0}$  повысится до  $-15$  В, генератор самовозбудится, колебания нарастут до  $U_{cm} \approx 43$  В (точка 4) и конденсатор снова начнет заряжаться. Когда он зарядится до  $-25$  В, колебания снова сорвутся. Этот процесс будет периодически повторяться — генерация будет прерывистой (рис. 13.3).

Для того, чтобы избежать прерывистой генерации необходимо брать  $r$  достаточно малым. Если, например, необходимо, чтобы режим

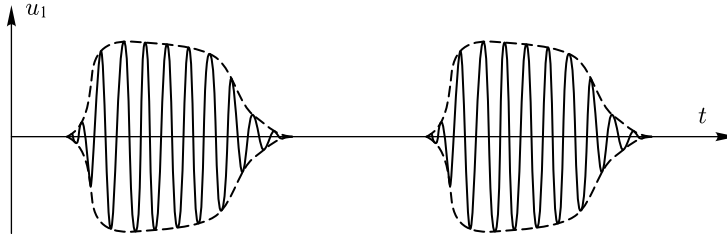


Рис. 13.3

соответствовал точке 5 (рис. 13.2), то необходимо взять

$$r = \frac{|U_{c0}|}{I_{c0}},$$

где  $U_{c0}$  и  $I_{c0}$  — нулевые составляющие сеточного напряжения и тока для точки 5. Величина  $I_{c0}$  легко вычисляется по характеристике сеточного тока и известным  $U_{c0}$  и  $U_{cm}$  для данного режима методами гл. 8.

Чем больше выбрано смещение  $|U_{c0}|$ , тем большим надо взять  $r$ , поскольку при этом меньше  $U_{cm}$  и меньше  $I_{c0}$ . Так, сопротивление, необходимое для создания режима, соответствующего точке 5, должно быть больше, чем для режима, соответствующего точке 4.

Сопротивление, соответствующее точке 6, является критическим. При критическом или большем сопротивлении смещение будет доходить до величины  $-25$  В, колебания будут срывать и наступит прерывистая генерация.

При автоматическом смещении и малой постоянной времени  $rC$  возможны устойчивые стационарные колебания в генераторе, соответствующие точке 7, которые при постоянном смещении были бы неустойчивыми. Действительно, при постоянном смещении и увеличении  $U_{cm}$  величина  $S_1$  соответствует точке  $g$  (рис. 13.4), т.е. превышает  $Y'$ , и колебания нарастают. При автоматическом смещении и достаточно малом конденсаторе  $C$  одновременно с увеличением  $U_{cm}$  увеличится  $|U_{c0}|$ , в результате чего кривая  $S_1$  сдвинется вниз и  $S_1$  будет, например, соответствовать точке  $g'$ , т.е. станет меньше  $Y'$ , и колебания возвратятся к первоначальному режиму. При уменьшении амплитуды  $U_{cm}$  и малой емкости  $C$  величина  $S_1$  будет соответствовать, например, точке  $d'$  вместо  $d$ , т.е. станет больше  $Y'$ , и колебания снова возвратятся к стационарному режиму. Для получения режимов, соответствующих точке 7, сопротивление  $r$  надо брать больше критического.

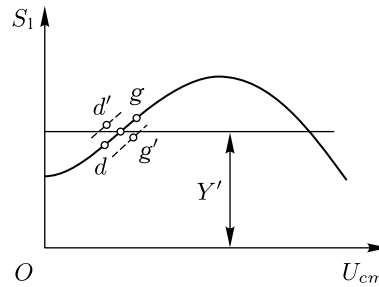


Рис. 13.4

Отметим еще, что если проводимость  $Y'$  достаточно велика (скажем, для случая, изображенного на рис. 13.2, равна  $2,5 \cdot 10^{-3}$  1/Ом), то для всех  $U_{c0}$ , при которых возможна генерация, режим будет мягкий, и прерывистая генерация окажется невозможной ни при каких значениях  $r$  и  $C$ .

При работе автогенератора с термосопротивлением (например, генератора, изображенного на рис. 12.14) также возможна прерывистая генерация, если режим генератора жесткий и термосопротивление достаточно инерционно. В генераторе рис. 12.14, как указывалось в § 12.5, величина  $Y'$  из-за прогрева термосопротивления увеличивается с увеличением амплитуды колебаний. Пусть зависимость  $S_1$  от амплитуды управляющего напряжения  $U_m$  соответствует рис. 13.5. Для того, чтобы генератор самовозбудился, значение  $Y'$  при непрогретом термосопротивлении, равное  $Y'_0$ , должно быть меньше  $S$ . После самовозбуждения колебания нарастут до величины, соответствующей точке 1 (термосопротивление за это время не успеет прогреться, так как мы предположили, что оно достаточно инерционно). Постепенно термосопротивление прогревается,  $Y'$  принимает значения  $Y'_1, Y'_2, Y'_3$ , и рабочая точка занимает положения 2, 3, 4. Положение 4, как выяснено в § 12.3, неустойчиво и в нем колебания срываются. По мере охлаждения термосопротивления  $Y'$  принимает значения  $Y'_2$  и  $Y'_1$ . При  $Y' = Y'_1$  генератор снова самовозбуждается и колебания достигают величины, соответствующей точке 2. Далее термосопротивление опять начинает постепенно прогреваться,  $Y'$  принимает значения  $Y'_2, Y'_3$  и т. д. Наступает прерывистая генерация.

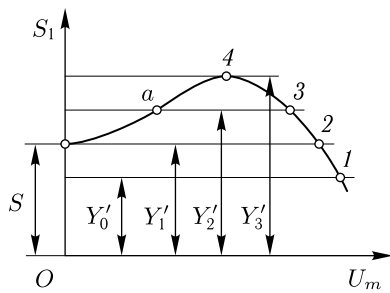


Рис. 13.5

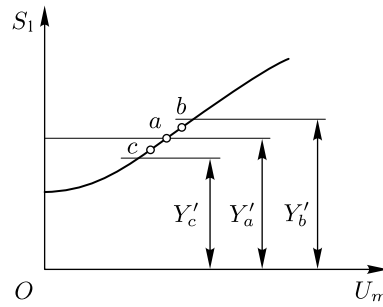


Рис. 13.6

Если термосопротивление имеет достаточно малую инерционность, то прерывистой генерации может и не быть. В этом случае, как только возникнут колебания, одновременно с ростом амплитуды быстро растет  $Y'$  и, наконец, «догоняет»  $S_1$ , скажем, в точке  $a$  (рис. 13.5 и 13.6). Режим, соответствующий этой точке, здесь может быть устойчивым. Действительно, если  $U_m$  несколько возрастет и режим станет соответствовать точке  $b$  (рис. 13.6), то  $Y'$  быстро увеличится до величины  $Y'_b$

и станет больше величины  $S_1$  в этой точке. В результате этого колебания начнут спадать и режим возвратится в точку  $a$ . Аналогично при уменьшении амплитуды колебаний  $S_1$  станет больше  $Y'$  и колебания также возвратятся в точку  $a$ .

При мягком режиме, как нетрудно убедиться, прерывистая генерация не возникает.

**Пример 13.1**

Найти значение сопротивления  $r$ , при котором в генераторе, изображенном на рис. 13.1, наступает прерывистая генерация. Параметры схемы определяются рис. 13.2.  $Y' = 1,2 \times 10^{-3}$  1/Ом. Характеристика сеточного тока лампы генератора приведена на рис. 13.7.

**Решение**

Находим критическое значение сопротивления  $r$ . Для точки  $b$  имеем:

$$U_{c0} = -25 \text{ В}; \quad U_{cm} = 32,5 \text{ В}.$$

Аппроксимируем характеристику сеточного тока ломаной прямой:

$$i_c = 0 \quad \text{при} \quad u_c \leq 0, \\ i_c = S_c u_c \quad \text{при} \quad u_c > 0; \quad S_c = 0,5 \text{ мА/В}.$$

Угол отсечки сеточного тока равен

$$\vartheta = \arccos \frac{U_{cm} - U_{c0}}{U_{cm}} = \\ = \arccos \left( -\frac{U_{c0}}{U_{cm}} \right) = \arccos 0,766 = 40^\circ.$$

Определяем

$$I_{cm} = S_c U_{cm} (1 - \cos \vartheta) = 0,5 \cdot 32,5 (1 - 0,766) = 3,75 \text{ мА}, \\ I_{c0} = I_{cm} \alpha_0 = 3,75 \cdot 0,147 = 0,55 \text{ мА}$$

и

$$r = \frac{|U_{c0}|}{I_{c0}} = \frac{25}{0,55 \cdot 10^{-3}} \approx 45\,000 \text{ Ом}.$$

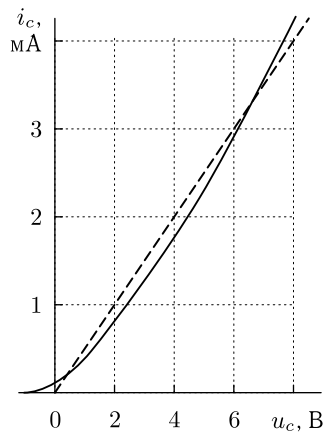


Рис. 13.7

**§ 13.2. Самовозбуждение добавочных (паразитных) колебаний**

В автогенераторах синусоидальных колебаний в стационарном режиме иногда происходит *возникновение добавочных собственных колебаний с нарастающей амплитудой*. Если такие колебания возможны, то стационарный режим *неустойчив*. Когда эти добавочные колебания нежелательны, их часто называют *паразитными*.

Рассмотрим условия возникновения добавочных колебаний. Пусть в схеме рис. 12.1 возникли малые добавочные колебания, создавшие

управляющее напряжение  $\Delta u$ . Тогда выражение (12.10) для управляющего напряжения изменится так:

$$u_y = U_0 + U_m \cos \omega_0 t + \Delta u. \quad (13.1)$$

(Здесь для простоты сдвиг фаз  $\varphi$  принят равным нулю.)

Как было выяснено в § 8.6, под действием приращения  $\Delta u$  анодный ток получит приращение  $\Delta i$ :

$$\Delta i = \left( \frac{1}{2} g_0 + g_1 \cos \omega_0 t + g_2 \cos 2\omega_0 t + \dots \right) \Delta u, \quad (13.2)$$

где  $g_0, g_1, g_2, \dots$  — постоянные, определяемые равенствами (8.32), (8.37) или (8.38).

Для добавочных малых колебаний ток через четырехполюсник и ток через лампу линейно зависят от добавочного напряжения. Поэтому схема может быть описана линейными дифференциальными уравнениями с периодически меняющимися коэффициентами. Из теории таких уравнений известно, что собственные колебания в этом случае состоят из составляющих типа:

$$Ae^{\gamma t} \cos(\Omega t + \psi). \quad (13.3)$$

Пусть  $\Delta u$  имеет такую составляющую. В соответствии с (13.2) величина (13.3), умноженная на  $g_k \cos k\omega_0 t$ , даст ток:

$$Ag_k e^{\gamma t} \cos(\Omega t + \psi) \cos k\omega_0 t = \frac{1}{2} Ag_k e^{\gamma t} \cos[(\Omega \pm k\omega_0)t + \psi],$$

где  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  и т. д.

Отсюда на основании ф-лы (13.2) получим:

$$\Delta i = \frac{1}{2} Ae^{\gamma t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_k \cos[(\Omega + k\omega_0)t + \psi]. \quad (13.3a)$$

Эти токи, проходя через четырехполюсник, создадут составляющие управляющего напряжения с частотами  $\Omega \pm k\omega_0$ , каждая из которых в свою очередь вызовет, в соответствии с (13.2), токи с частотами  $\Omega \pm n\omega_0$  и в том числе ток с первоначальной частотой  $\Omega$ . Здесь  $n = 0, 1, 2, 3$  и т. д. Задача отыскания этих взаимно связанных токов и напряжений очень громоздка. Поэтому в дальнейшем рассматривается наиболее простой, но важный случай, когда *из всех добавочных токов лишь составляющая с частотой  $\Omega$  вызывает существенное управляющее напряжение*. Этот случай можно подразделить на два:

$$1) \quad \Omega \neq \frac{n\omega_0}{2} \quad (13.4)$$

и

$$2) \quad \Omega = \frac{n\omega_0}{2}, \quad (13.5)$$

где  $n$  — целое положительное число.

Первый случай назовем *асинхронным возбуждением*, поскольку частота добавочного колебания  $\Omega$  не связана с  $\omega_0$ . Здесь надо учитывать лишь одну добавочную составляющую приращения тока:

$$\frac{1}{2} Ag_0 e^{\gamma t} \cos(\Omega t + \psi), \quad (13.6)$$

ибо остальные добавочные составляющие с частотами  $\Omega \pm k\omega_0$  ( $k \neq 0$ ) по условию не создают управляющего напряжения.

Второй случай назовем *синхронным возбуждением*, поскольку в нем частота  $\Omega$  добавочных колебаний жестко связана с частотой  $\omega_0$ . В этом случае надо учитывать две добавочные составляющие тока (13.3а):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} Ag_0 e^{\gamma t} \cos(\Omega t + \psi) + \frac{1}{2} Ag_n e^{\gamma t} \cos[(\Omega - n\omega_0)t + \psi] = \\ & = \frac{1}{2} Ag_0 e^{\gamma t} \cos(\Omega t + \psi) + \frac{1}{2} Ag_n e^{\gamma t} \cos(\Omega t - \psi), \end{aligned} \quad (13.7)$$

поскольку здесь  $\Omega - n\omega_0 = -\frac{n\omega_0}{2} = -\Omega$  в соответствии с условием (13.5).

Рассмотрим сначала первый случай (асинхронное возбуждение). Запишем добавочное напряжение (13.3) в комплексной форме:

$$\delta \mathbf{U} = A e^{\gamma t} e^{i\psi}. \quad (13.8)$$

Тогда добавочный ток (13.6) запишется так:

$$\delta \mathbf{I} = \frac{1}{2} \delta \mathbf{U} g_0. \quad (13.9)$$

С другой стороны, этот добавочный ток должен быть равен току через зажимы четырехполюсника  $I-I'$  (рис. 12.1), создающему управляющее напряжение  $\delta \mathbf{U}$ . Таким образом, получим:

$$\delta \mathbf{I} = \delta \mathbf{U} \mathbf{Y}(p), \quad (13.10)$$

где  $\mathbf{Y}(p)$  — управляющая проводимость,

$$p = \gamma + i\Omega.$$

Из ур-ний (13.9) и (13.10) вытекает характеристическое уравнение, дающее параметры добавочных асинхронных колебаний:

$$\frac{1}{2} g_0 = \mathbf{Y}(p). \quad (13.11)$$

Это уравнение совершенно аналогично ур-нию (12.4), только вместо  $S$  здесь стоит  $1/2 g_0$ .

Как было показано в § 12.2, уравнение (13.11) дает нарастающие колебания лишь в случае, когда

$$\frac{1}{2} g_0 > Y', \quad (13.12)$$

где  $Y'$  — наименьшее действительное положительное значение  $\mathbf{Y}(i\omega')$ . В соответствии с ф-лой (8.37)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} g_0 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial F_1(U_0, U_m)}{\partial U_m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{F_1(U_0, U_m)}{U_m} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial(S_1 U_m)}{\partial U_m} + \frac{S_1}{2} = S_1 + \frac{1}{2} U_m \frac{\partial S_1}{\partial U_m}, \end{aligned} \quad (13.13)$$

поскольку  $F_1(U_0, U_m) = S_1 U_m$ .

Если частота генерации основного колебания  $\omega_0 = \omega'$ , т. е. соответствует  $Y'$ , то  $S_1 = Y'$  и, так как генерация должна быть устойчивой, то  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} < 0$ .

Поэтому

$$\frac{1}{2} g_0 = Y' - \frac{1}{2} U_m \left| \frac{\partial S_1}{\partial U_m} \right|, \quad (13.14)$$

и условие асинхронного возбуждения (13.12) удовлетвориться не может, так как в этом случае  $1/2 g_0$  всегда меньше  $Y'$ . Оно может удовлетвориться лишь в случае, когда генерация происходит на частоте  $\omega_0 = \omega^{(n)}$ , соответствующей действительному значению управляющей проводимости  $Y^{(n)} = \mathbf{Y}[i\omega^{(n)}] > Y'$  (см. стр. 239).

В этом случае  $S_1 = Y^{(n)}$ , и условие возбуждения добавочного колебания имеет вид

$$Y' < Y^{(n)} - \frac{1}{2} U_m \left| \frac{\partial S_1}{\partial U_m} \right|, \quad (13.15)$$

где  $U_m$  и  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m}$  берутся для амплитуды генерации на частоте  $\omega^{(n)}$ .

Таким образом, если удовлетворяется неравенство (13.15), то стационарные колебания на частоте  $\omega_0 = \omega^{(n)}$  неустойчивы, несмотря на то, что для них может соблюдаться квазилинейное условие устойчивости (§ 12.3). Возникающие на частоте  $\Omega = \omega'$  колебания подавляют существующие колебания с частотой  $\omega_0 = \omega^{(n)}$ .

Для объяснения этого рассмотрим простейший случай, когда характеристика лампы аппроксимируется степенным рядом:

$$i_a = a_0 + a_1(u_y - U_0) + a_2(u_y - U_0)^2 + a_3(u_y - U_0)^3$$

и

$$u_y = U_0 + U'_m \cos(\omega' t + \varphi') + U_m^{(n)} \cos[\omega^{(n)} t + \varphi^{(n)}],$$

где  $U'_m$  — амплитуда добавочного колебания,  $U_m^{(n)}$  — амплитуда основного колебания.



В этом случае анодный ток содержит комбинационные частоты, соответствующие табл. 8.1. Составляющая тока с частотой  $\omega^{(n)}$ , поддерживающая основное колебание, равна

$$\left\{ a_1 U_m^{(n)} + \frac{3}{4} a_3 U_m^{(n)} [U_m^{(n)2} + 2U_m'^2] \right\} \cos[\omega^{(n)}t + \varphi^{(n)}],$$

и приведенная крутизна для этих колебаний выражается так:

$$S_1^{(n)} = \frac{a_1 U_m^{(n)} + \frac{3}{4} a_3 U_m^{(n)} [U_m^{(n)2} + 2U_m'^2]}{U_m^{(n)}} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 [U_m^{(n)2} + 2U_m'^2].$$

Величина  $a_3$  должна быть отрицательной, поскольку при аппроксимации характеристики полиномом третьей степени и положительном значении  $a_3$  приведенная крутизна  $S_1^{(n)}$ , как это видно из ф-лы (12.16), должна расти в бесконечность с увеличением амплитуды колебаний, чего не может быть. При  $a_3 < 0$  увеличение  $U_m'$  ведет к уменьшению  $S_1^{(n)}$  и, следовательно, к уменьшению амплитуды колебаний с частотой  $\omega^{(n)}$ . Этот процесс продолжается, пока амплитуда колебания с частотой  $\omega^{(n)}$  не спадет до нуля и в схеме останутся лишь колебания с частотой  $\omega'$ . Наступит стационарный режим. Поскольку колебания в этом режиме имеют частоту  $\omega'$ , новые добавочные колебания возникнуть не могут.

При синхронном возбуждении ( $\Omega = \frac{n\omega_0}{2}$ ) напряжение (13.8) вызовет в соответствии с (13.7) ток:

$$\delta \mathbf{I} = \frac{1}{2} \delta \mathbf{U} g_0 + \frac{1}{2} \delta \mathbf{U}^* g_n, \quad (13.16)$$

где  $\delta \mathbf{U}^* = A e^{\gamma t} e^{-i\psi}$  — величина, сопряженная с  $\delta \mathbf{U}$ .

Приравнявая этот ток току (13.10) и деля на  $\delta \mathbf{U}$ , получим характеристическое уравнение для отыскания  $\gamma$  и  $\psi$ :

$$\frac{1}{2} g_0 + \frac{1}{2} g_n e^{-i2\psi} = \mathbf{Y} \left( \gamma + i \frac{n\omega_0}{2} \right). \quad (13.17)$$

Левая часть этого равенства при изменении  $\psi$  является уравнением окружности (назовем ее *окружностью устойчивости*) с центром в точке  $1/2 g_0$  и радиусом, равным  $1/2 g_n$  (рис. 13.8), правая часть — линией, описываемой радиус-вектором  $\mathbf{Y} \left( \gamma + i \frac{n\omega_0}{2} \right)$ , при изменении  $\gamma$  (эта линия пересекает амплитудно-фазовую характеристику  $\mathbf{Y}(i\omega)$  в точке  $\mathbf{Y} \left( i \frac{n\omega_0}{2} \right)$  под прямым углом, причем ветвь, соответствующая  $\gamma > 0$ , идет вправо от амплитудно-фазовой характеристики).

Таким образом, синхронные колебания возбуждаются на частоте  $\frac{n\omega_0}{2}$ , если ветвь линии  $\mathbf{Y}(\gamma + i\omega)$ , соответствующая  $\gamma > 0$ , пересекает окружность устойчивости. Так, для случая, изображенного на рис. 13.8, возможны два добавочных синхронных колебания. Одно из них, соответствующее точке  $I$ , является затухающим ( $\gamma < 0$ )

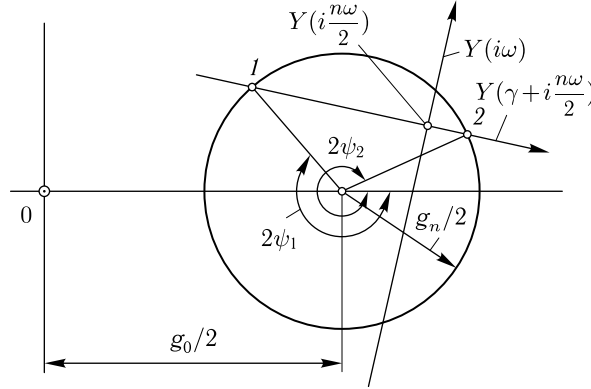


Рис. 13.8

со сдвигом фаз  $\psi_1$ , другое, соответствующее точке 2, — нарастающим ( $\gamma > 0$ ) со сдвигом фаз  $\psi_2$ .

В качестве примера используем изложенную теорию для исследования устойчивости амплитуды колебаний автогенератора, проверявшейся в § 12.3 квазилинейным методом.

Можно считать, что изменение синусоидальных колебаний вблизи стационарного периодического режима происходит вследствие наложения на них малых добавочных колебаний с той же частотой. Если эти добавочные колебания нарастают, то режим неустойчив, если затухают, то устойчив.

В этом случае  $\Omega = \omega_0$ ,  $n = 2$ , поскольку  $\frac{n\omega_0}{2} = \Omega = \omega_0$  и радиус окружности устойчивости в соответствии с (8.38) равен

$$\frac{1}{2} g_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial(S_1 U_m)}{\partial U_m} - \frac{S_1}{2} = \frac{1}{2} U_m \frac{\partial S_1}{\partial U_m}, \quad (13.18)$$

центр окружности находится (см. 13.13) в точке

$$\frac{1}{2} g_0 = S_1 + \frac{1}{2} U_m \frac{\partial S_1}{\partial U_m}. \quad (13.19)$$

В соответствии с (13.17), (13.18) и (13.19) положение точки окружности при  $\psi = 0$  определяется выражением:

$$\frac{1}{2} g_0 + \frac{1}{2} g_2 = S_1 + U_m \frac{\partial S_1}{\partial U_m} \quad (13.20)$$

и при  $\psi = 90^\circ$

$$\frac{1}{2} g_0 - \frac{1}{2} g_2 = S_1. \quad (13.21)$$

Если генерация происходит на частоте  $\omega'$  (этот случай рассматривался в § 12.3), то  $S_1 = Y' = \mathbf{Y}(i\omega')$  и точка окружности устойчивости, соответствующая  $\psi = 90^\circ$ , всегда лежит на амплитудно-фазовой

характеристике. Рис. 13.9а соответствует случаю, когда  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} > 0$ , и рис. 13.9б — случаю, когда  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} < 0$ . В обоих случаях имеются два пересечения окружности линией  $Y(\gamma + i\omega')$ .

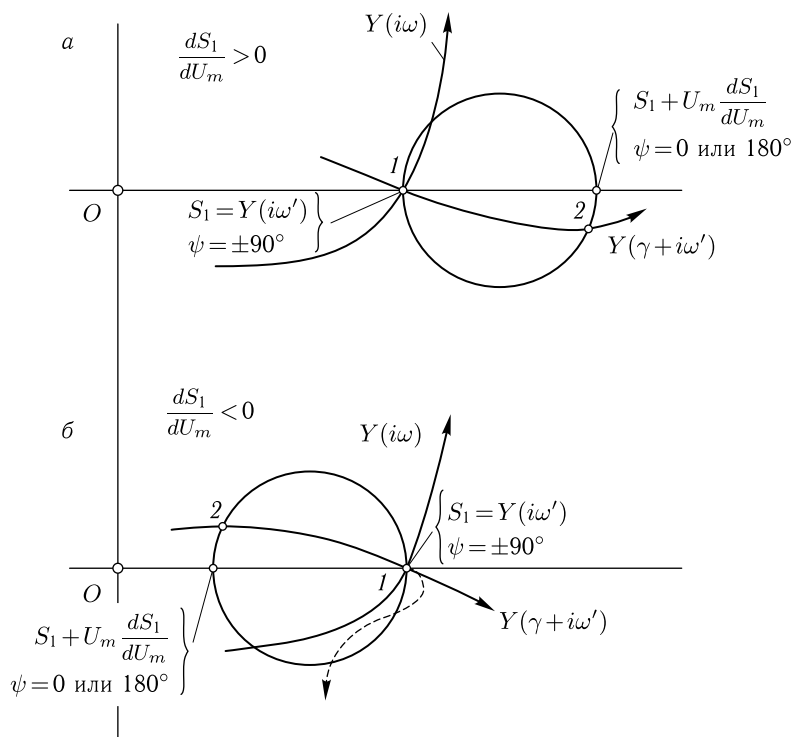


Рис. 13.9

Одно из них (в точке 1) соответствует  $\gamma = 0$  и  $\psi = 90^\circ$ . Следовательно, в генераторе под действием какого-либо толчка могут появиться малые *незатухающие колебания*, сдвинутые на  $90^\circ$  по отношению к основным. Эти колебания изменяют фазу результирующих колебаний, оставляя их амплитуду постоянной. Поэтому, если под действием какого-либо импульса сдвиг фаз колебаний в генераторе изменится, то в дальнейшем он так и останется измененным. Этот результат очевиден, поскольку сдвиги фаз в автогенераторе зависят лишь от начальных условий.

Другое пересечение соответствует  $\psi \approx 0$  или  $180^\circ$ . Когда  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} > 0$  (рис. 13.9а), то  $\gamma > 0$ , добавочные колебания нарастают и амплитуда результирующих колебаний неустойчива; когда  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} < 0$  (рис. 13.9б),

то  $\gamma < 0$ , добавочные колебания затухают и амплитуда результирующего колебания устойчива. Однако, если в случае, соответствующем рис. 13.9б, линия  $\mathbf{Y}(\gamma + i\omega')$  пойдет, как показано пунктиром, то амплитуда колебаний в этом случае будет неустойчива (эту неустойчивость нельзя обнаружить квазилинейным методом). Отметим, что в обычных генераторах эта линия не имеет такого сложного вида.

Исследование устойчивости методом добавочных колебаний более строго, чем квазилинейным методом, поскольку добавочные колебания, пока они малы, имеют  $\gamma$  и  $\Omega = \frac{n\omega_0}{2}$  постоянными, и поэтому выражение (13.17) для них точно. Приближение заключается лишь в пренебрежении гармониками.

Нами были рассмотрены простейшие случаи самовозбуждения дополнительных колебаний. На практике часто встречается еще случай, когда частота добавочного колебания  $\Omega$  много больше частоты генерации  $\omega_0$ . При этом большое число комбинационных частот  $\Omega \pm k\omega_0$  тока (13.3а) лежит близко к частоте  $\Omega$  и управляющая проводимость  $\mathbf{Y}[i(\Omega \pm k\omega_0)]$  для них одинакова и примерно равна  $\mathbf{Y}(i\Omega)$ . Здесь не выполняется принятое выше условие, требующее, чтобы из всех добавочных токов лишь составляющая с частотой  $\Omega$  вызвала существенное падение напряжения. Однако, в этом случае можно считать, что колебания с частотой  $\Omega$  могут успеть самовозбудиться за долю та часть периода, когда крутизна  $\frac{di_a}{du_y}$  максимальна. Следовательно, условие самовозбуждения для этих колебаний имеет вид:

$$\mathbf{Y}(i\Omega') < \left( \frac{di_a}{du_y} \right)_{\text{макс}},$$

где  $\Omega' \gg \omega_0$  и является частотой, на которой проводимость  $\mathbf{Y}(i\Omega')$  является действительной положительной величиной. Поскольку максимальная крутизна  $\left( \frac{di_a}{du_y} \right)_{\text{макс}}$  за период генерации бывает больше приведенной крутизны  $S_1$ , то дополнительные колебания в рассматриваемом случае возникают довольно легко. На практике они часто возникают помимо желания конструктора, причем величина  $\mathbf{Y}(i\Omega')$  получается активной за счет паразитных емкостей и индуктивностей схемы. Для уничтожения этих паразитных дополнительных колебаний приходится изменять расположение проводов и вводить в схему добавочные активные сопротивления.

Всё, что было сказано выше относительно самовозбуждения добавочных колебаний в автогенераторах, справедливо и для самовозбуждения колебаний в схеме рис. 12.1, когда в ней нет генерации собственных колебаний, а на нелинейное сопротивление (лампу  $L$ ) воздействуют внешние периодические напряжения. Дело в том, что рассмотренные выше явления вызывались изменением параметров лампы

для добавочных колебаний под влиянием больших переменных напряжений, обусловленных генерацией. Совершенно аналогичные явления происходят, если изменения параметров вызываются не собственными колебаниями в схеме, а воздействием на лампу внешних колебаний. Этим пользуются, например, для *деления частоты пополам*, когда, меняя крутизну лампы  $L$  путем воздействия на нее внешним напряжением с частотой  $\omega_0$ , заставляют схему самовозбуждаться на частоте  $\frac{\omega_0}{2}$  (синхронное возбуждение). У возникающих при этом колебаний сначала, пока они малы, амплитуда растет по показательному закону. Затем ее рост из-за нелинейности замедляется и наступает установившийся режим. Этот случай рассмотрен в примере 13.2.

**Пример 13.2**

Требуется подобрать в схеме рис. 13.10 коэффициент обратной связи  $k_{oc} = \frac{M}{L}$  таким, чтобы при  $U_s = 0$  колебания не возбуждались, а при  $U_s = 25$  В возбуждались на частоте  $\frac{\omega_0}{2}$ . Определить также, насколько можно изменять  $\omega_0$ , оставляя параметры схемы постоянными, чтобы колебания продолжали возбуждаться на частоте  $\frac{\omega_0}{2}$ .

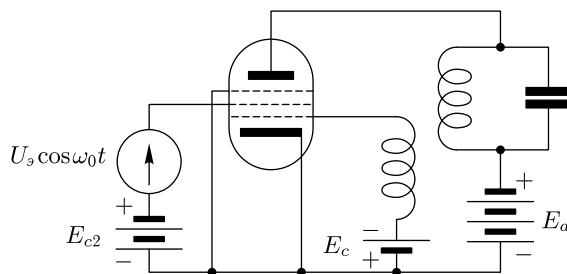


Рис. 13.10

Дано:  $R_{эв} = 10\,000$  Ом,  $\omega_p = \frac{\omega_0}{2}$ ,  $Q = 100$ ,  $D = 0,01$ ,  $E_a = 300$  В,  $E_{c2} = 100$  В,  $E_c = -4,5$  В. Характеристики лампы приведены на рис. 13.11.

**Решение**

Из характеристик лампы определяем, что при  $u_{c2} = E_{c2} = 100$  В крутизна  $S = \frac{\partial i_a}{\partial u_c} = 1 \cdot 10^{-3}$  А/В, при  $u_{c2} = E_{c2} + U_s = 125$  В  $S = 2 \cdot 10^{-3}$  А/В и при  $u_{c2} = E_{c2} - U_s = 75$  В  $S = 0$ .

Считая, что при воздействии переменного напряжения на экранирующую сетку крутизна  $S$  меняется примерно по синусоиде, получим:

$$0,5g_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ А/В}, \quad g_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ А/В}.$$

Чтобы колебания не возбуждались при  $U_s = 0$ , необходимо выполнение неравенства:

$$Y' > 0,5g_0 = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Для возбуждения колебаний на частоте  $\frac{\omega_0}{2}$  нужно, чтобы амплитудно-фазовая характеристика пересекала окружность устойчивости (рис. 13.12).

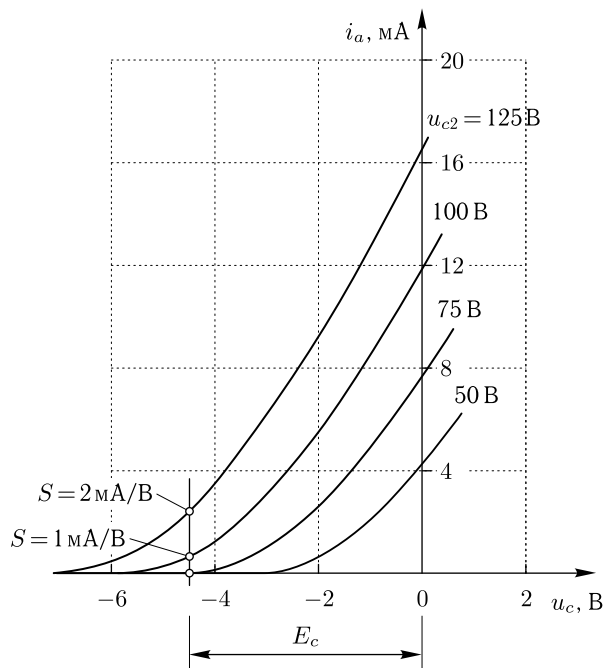


Рис. 13.11

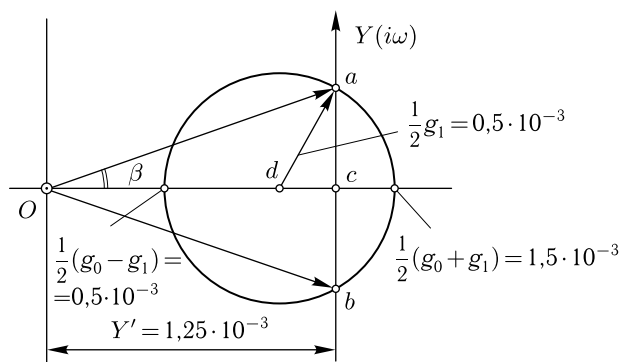


Рис. 13.12

При этом должно выполняться условие:

$$Y' < 0,5g_0 + 0,5g_1 = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Выбираем  $Y' = 1,25 \cdot 10^{-3}$  А/В. Тогда на основании (12.23) получим:

$$\frac{M}{L} = k_{oc} = \frac{1}{Y'R_{ae}} + D = \frac{1}{1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4} + 0,01 = 0,09.$$

Амплитудно-фазовая характеристика для данной схемы соответствует ур-нию (12.22), т.е. является вертикальной прямой. Синхронное возбуждение прекратится, если частота  $\omega_0$  выйдет за пределы, соответствующие точкам  $a$  и  $b$ . Найдем эти пределы:

$$\begin{aligned}(ac)^2 &= (ad)^2 - (cd)^2 = \left(\frac{1}{2}g_1\right)^2 - \left(Y' - \frac{1}{2}g_0\right)^2 = \\ &= (0,5 \cdot 10^{-3})^2 - (1,25 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3})^2 = 0,187 \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

С другой стороны  $ac$  является мнимой частью  $\mathbf{Y}(i\omega_a)$ , где  $\omega_a$  — частота, соответствующая точке  $a$ . Поэтому в соответствии с (12.22)

$$ac = \frac{\xi}{\left(\frac{M}{L} - D\right) R_{\text{э}}} = Y' \xi = Y' Q \frac{2(\omega_a - \omega_p)}{\omega_p},$$

откуда

$$\omega_a = \frac{ac \cdot \omega_p}{2Y'Q} + \omega_p = \frac{\sqrt{0,187 \cdot 10^{-6}} \omega_p}{2 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 100} + \omega_p = \omega_p + 1,73 \cdot 10^{-3} \omega_p.$$

Аналогично

$$\omega_b = \omega_p - 1,73 \cdot 10^{-3} \omega_p.$$

### § 13.3. Затягивание

В автогенераторе, анодной нагрузкой которого являются связанные контуры (например, рис. 13.13), амплитудно-фазовая характеристика управляющей проводимости  $\mathbf{Y}(i\omega)$  может иметь вид, изображенный на рис. 13.18. Поэтому самовозбуждение в нем возможно на двух частотах. В этом параграфе мы рассмотрим явления, происходящие в таком автогенераторе. Применяемый метод рассмотрения может быть использован и для других аналогичных схем, самовозбуждение которых возможно на нескольких частотах.

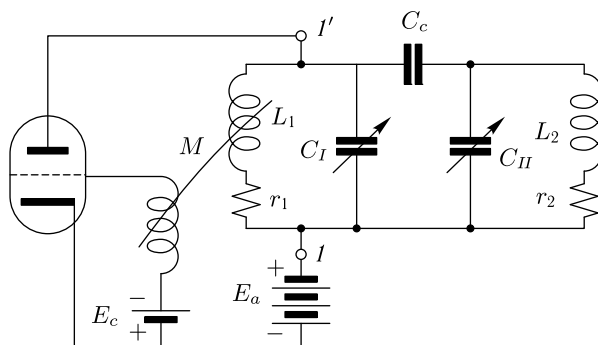


Рис. 13.13

Выясним вначале форму амплитудно-фазовой характеристики и ее зависимость от параметров схемы. В соответствии с (12.5)

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{(\mathbf{k}_{oc} - D)\mathbf{Z}_a} = \frac{1}{\mathbf{k}_{oc} - D} \cdot \mathbf{Y}_a,$$

где  $\mathbf{Y}_a = \frac{1}{\mathbf{Z}_a}$  — проводимость анодного контура с учетом влияния второго контура,  $\frac{1}{\mathbf{k}_{oc} - D} = \frac{1}{\frac{M}{L_1} - D}$  — постоянная величина.

Проанализируем величину  $\mathbf{Y}_a$ .

Схема, включенная между точками  $I-I'$ , может быть заменена общей схемой рис. 13.14, где  $\mathbf{Y}_I$  — проводимость параллельного контура  $L_1, C_I$ ,  $\mathbf{Y}_{II}$  — проводимость контура  $L_2, C_{II}$  и

$$\mathbf{Y}_c = i\omega C_c. \quad (13.22)$$

Полная проводимость между точками  $I-I'$  равна:

$$\mathbf{Y}_a = \mathbf{Y}_I + \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{Y}_c} + \frac{1}{\mathbf{Y}_{II}}} = \mathbf{Y}_I + \frac{\mathbf{Y}_c \mathbf{Y}_{II}}{\mathbf{Y}_c + \mathbf{Y}_{II}},$$

Рис. 13.14.

Рис. 13.14.

поскольку сопротивление ветви  $\mathbf{Y}_c, \mathbf{Y}_{II}$  равно  $\frac{1}{\mathbf{Y}_c} + \frac{1}{\mathbf{Y}_{II}}$ .

Обозначая

$$\mathbf{Y}_{II} + \mathbf{Y}_c = \mathbf{Y}_2, \quad (13.23)$$

получим:

$$\mathbf{Y}_a = \mathbf{Y}_I + \frac{\mathbf{Y}_c(\mathbf{Y}_2 - \mathbf{Y}_c)}{\mathbf{Y}_2} = \mathbf{Y}_I + \mathbf{Y}_c - \frac{\mathbf{Y}_c^2}{\mathbf{Y}_2}.$$

Наконец, обозначая

$$\mathbf{Y}_I + \mathbf{Y}_c = \mathbf{Y}_1, \quad (13.24)$$

получим

$$\mathbf{Y}_a = \mathbf{Y}_1 - \frac{\mathbf{Y}_c^2}{\mathbf{Y}_2}. \quad (13.25)$$

В соответствии с принятыми обозначениями  $\mathbf{Y}_1$  равно проводимости контура с элементами  $L_1$  и  $C_I + C_c$ , изображенного на рис. 13.15а. Аналогично  $\mathbf{Y}_2$  — проводимость контура рис. 13.15б с элементами  $L_2$  и  $C_{II} + C_c$ .

На основании ф-лы (5.13) первой части курса имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= \frac{1 + i\xi_1}{R_{\text{э}1}} \\ \mathbf{Y}_2 &= \frac{1 + i\xi_2}{R_{\text{э}2}} \end{aligned} \right\}, \quad (13.26)$$



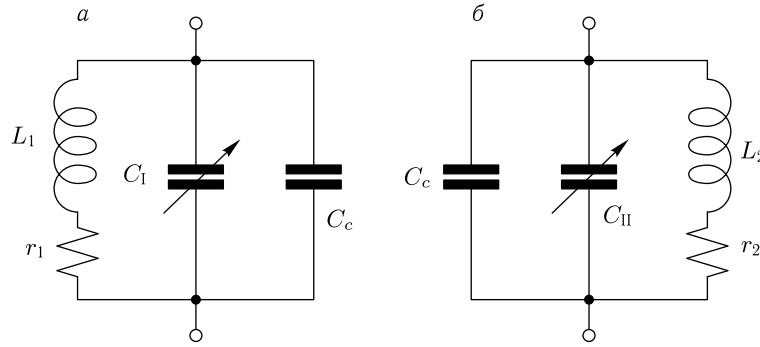


Рис. 13.15

где  $R_{\text{э}1}$  и  $R_{\text{э}2}$  — резонансные сопротивления,

$$\xi_1 = Q_1 \frac{2\omega - \omega_{p1}}{\omega_{p1}}, \quad (13.27)$$

$$\xi_2 = Q_2 \frac{2(\omega - \omega_{p2})}{\omega_{p2}} \quad (13.28)$$

— обобщенные расстройки,  $Q_1$  и  $Q_2$  — добротности,  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$  — резонансные частоты контуров рис. 13.15а и б.

Обозначая  $\mathbf{Y}_c = ib_c$  и подставляя  $\mathbf{Y}_1$  и  $\mathbf{Y}_2$  в ф-лу (13.25), получим:

$$\mathbf{Y}_a = \frac{1}{R_{\text{э}1}} (1 + i\xi_1) + \frac{b_c^2 R_{\text{э}2}}{1 + i\xi_2}. \quad (13.29)$$

На рис. 13.16а показана амплитудно-фазовая характеристика первого слагаемого правой части выражения (13.29), являющаяся прямой линией. Амплитудно-фазовая характеристика обратной величины второго слагаемого  $\frac{1}{b_c^2 R_{\text{э}2}} (1 + i\xi_2)$  также меняется по прямой линии (она изображена пунктиром на рис. 13.16б)<sup>1)</sup>. В соответствии с теорией инверсий (круговых диаграмм) амплитудно-фазовая характеристика второго слагаемого является окружностью (рис. 13.16б). Складывая эти слагаемые, получим характеристику  $\mathbf{Y}_a(i\omega)$ . Ее построение можно проследить на рис. 13.16а (на этом и последующих рисунках данного параграфа точкам 1 соответствует некоторая частота  $\omega_1$ , точкам 2 — частота  $\omega_2$  и т. д.). При малой связи второе слагаемое характеристики имеет вид, изображенный на рис. 13.17б, и, как легко видеть из рис. 13.17в, амплитудно-фазовая характеристика  $\mathbf{Y}_a(i\omega)$  не имеет петли.

На рисунках 13.16 и 13.17 частоте  $\omega_{p1}$  соответствует частота  $\omega_5$  и  $\omega_{p2}$  — частота  $\omega_6$ .

<sup>1)</sup> Здесь приближенно принято, что величина  $b_c$  постоянна.

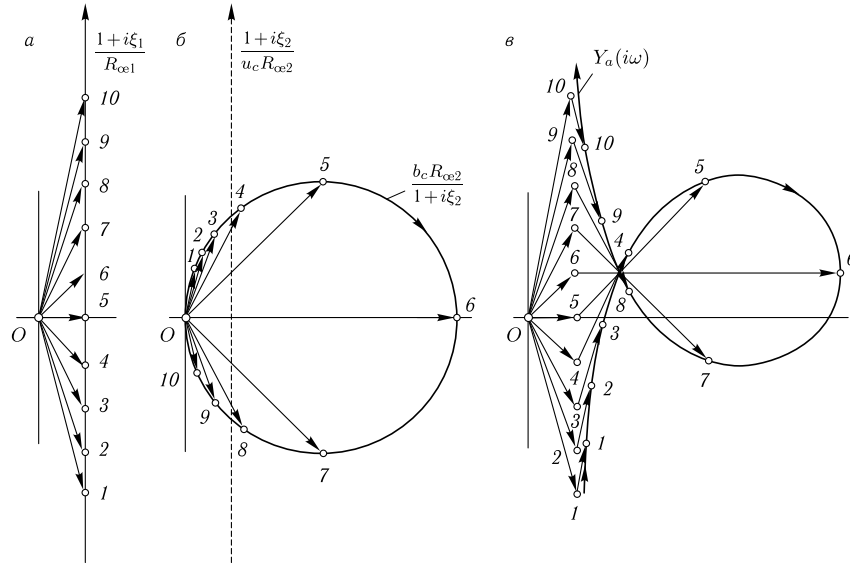


Рис. 13.16

Если изменять резонансную частоту первого контура  $\omega_{p1}$ , то при данной частоте  $\omega$  второе слагаемое (13.29) не меняется, а первое получает некоторое приращение по мнимой оси, которое можно считать независимым от  $\omega$ . В результате амплитудно-фазовая характеристика  $Y_a(i\omega)$  также сдвигается вдоль мнимой оси.

На рис. 13.18 изображен ряд амплитудно-фазовых характеристик управляющей проводимости  $Y(i\omega)$  для различных значений  $\omega_{p1}$ . Они отличаются от характеристик  $Y_a(i\omega)$  постоянным множителем  $1 : (k_{oc} - D)$ . Как видно из этого рисунка, при  $\omega_{p1} = \omega_0$  величина  $Y(i\omega)$  активна и равна  $Y'$  лишь на одной частоте  $\omega'$ , которая немного больше  $\omega_{10}$ . При  $\omega_{p1} = \omega_8$  величина  $Y(i\omega)$  активна на трех частотах:  $\omega'$ , лежащей между  $\omega_9$  и  $\omega_{10}$ ;  $\omega'' = \omega_5$  и  $\omega'''$ , несколько большей  $\omega_5$ . Соответствующие значения  $Y(i\omega)$  обозначены  $Y' < Y'' < Y'''$ .

На рис. 13.19а изображены значения  $Y'$ ,  $Y''$  и  $Y'''$  как функции от  $\omega_{p1}$ , полученные на основании рис. 13.18. На рис. 13.19б даны соответствующие им значения  $\omega'$ ,  $\omega''$  и  $\omega'''$ , также как функции от  $\omega_{p1}$ . Начало координат на этих рисунках вынесено за чертеж.

С увеличением  $\omega_{p1}$  величина  $Y'$  растет и закон ее изменения определяется ветвью  $k'b$  кривой рис. 13.19а. Начиная с  $\omega_{p1} = \omega_6$ , продолжение этой кривой  $bc$  определяет закон изменения управляющей проводимости  $Y''$ , поскольку наименьшее действительное значение управляющей проводимости мы условились обозначать через  $Y'$ . Но этой же причине закон изменения частоты  $\omega'$  определяется ветвью  $k'b''$  кривой рис. 13.19б для  $\omega_{p1} < \omega_6$  и ветвью  $b'l'$  для  $\omega_{p1} > \omega_6$ .

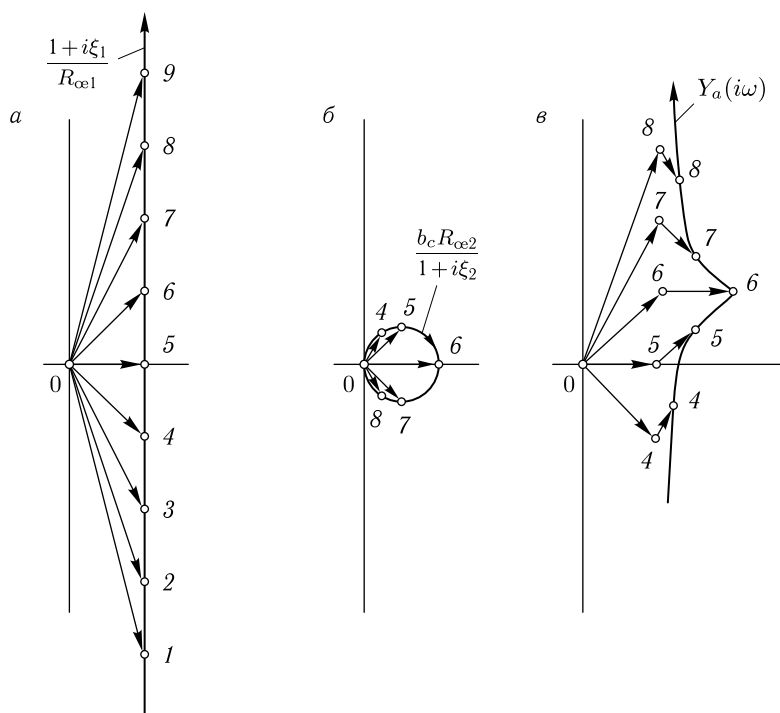


Рис. 13.17

Пусть вначале, после включения схемы,  $\omega_{p1} = \omega_3$ . Предположим далее, что величина крутизны  $S$  соответствует значению, отмеченному на рис. 13.19а. Тогда  $Y' < S$ , схема самовозбуждается и генерирует на частоте  $\omega'$ , которая в соответствии с рис. 13.19б несколько меньше  $\omega_2$ . Начнем увеличивать частоту  $\omega_{p1}$ . Как видно из рис. 13.19б, частота генерации  $\omega'$  также возрастает. Добавочные колебания возбуждятся при этом не могут, как это было показано в § 13.2. Когда  $\omega_{p1}$  превысит  $\omega_{p2} = \omega_6$ , частота генерации станет называться  $\omega''$ . При этом в случае выполнения условия (13.12) могут возбуждаться дополнительные колебания на частоте, близкой к  $\omega'$ , закон изменения которой определяется ветвью  $b'l'$  кривой рис. 13.19б.

При генерации на частоте  $\omega''$  амплитуду колебаний  $U_m$  и величину  $1/2g_0$  можно найти по графику рис. 13.20 или аналогичному, учитывая, что  $S' = Y''$ , а  $Y''$  может быть взято из рис. 13.19а. Значения  $1/2g_0$ , соответствующие  $Y''$  и полученные таким путем, нанесены пунктиром на рис. 13.19а.

Таким образом, пока  $\omega_{p1} < \omega_7$ , генерация происходит на частоте  $\omega''$ . Когда  $\omega_{p1}$  станет равной  $\omega_7$  или превысит последнюю, будет соблюдаться неравенство (13.12) (это видно из рис. 13.19а) и возникнут

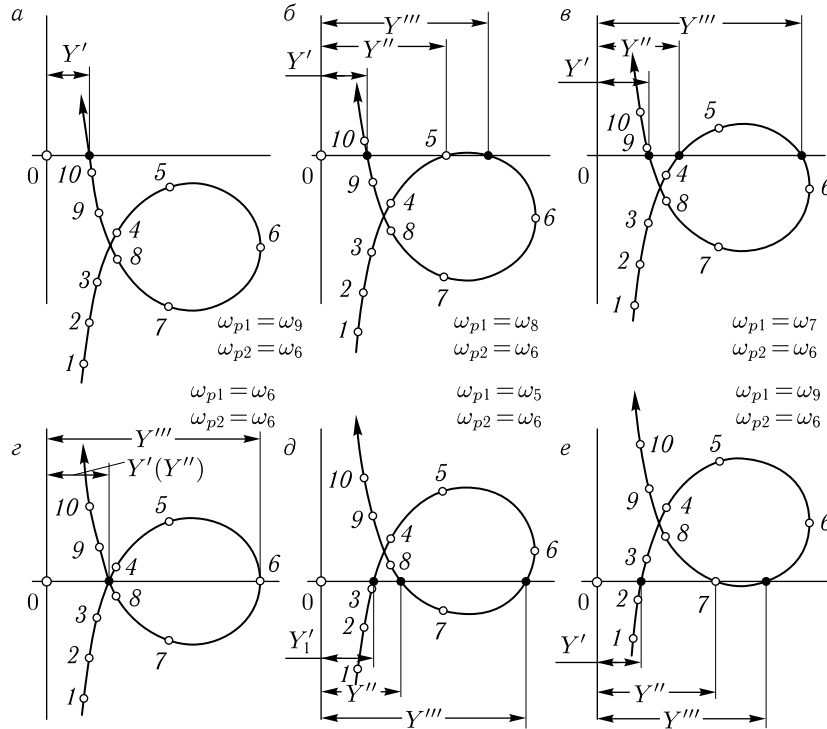


Рис. 13.18

добавочные колебания с частотой  $\omega'$ . Эти колебания нарастают и подавляют колебания с частотой  $\omega''$ . Следовательно, при  $\omega_{p1} \geq \omega_7$  колебания в генераторе снова имеют частоту  $\omega'$ .

Из сказанного следует, что вначале с увеличением  $\omega_{p1}$  частота генерации меняется в соответствии с нижней ветвью кривой рис. 13.19б, проходя точки  $d'$ ,  $b''$ ,  $e''$ . В точке  $e''$  колебания с этой частотой прекратятся и возникнут колебания с частотой, соответствующей точке  $e'$ , которые подавят первоначальные. При дальнейшем увеличении  $\omega_{p1}$  частота колебаний растет в соответствии с верхней ветвью кривой  $e'l'$ .

При уменьшении  $\omega_{p1}$  частота колебаний вначале соответствует верхней ветви кривой и проходит значения  $e'$ ,  $b'$ ,  $d''$ . В точке  $d''$  удовлетворяется неравенство (13.12) и возникают колебания с частотой  $\omega'$ , которые подавляют колебания с частотой  $\omega''$ , соответствующей точке  $d''$ . При дальнейшем уменьшении  $\omega_{p1}$  частота колебаний изменяется по нижней ветви кривой  $d'k'$ .

Следовательно, при изменении  $\omega_{p1}$  частота колебаний изменяется, перескакивая через значение  $\omega_{p2}$ . Это явление называется

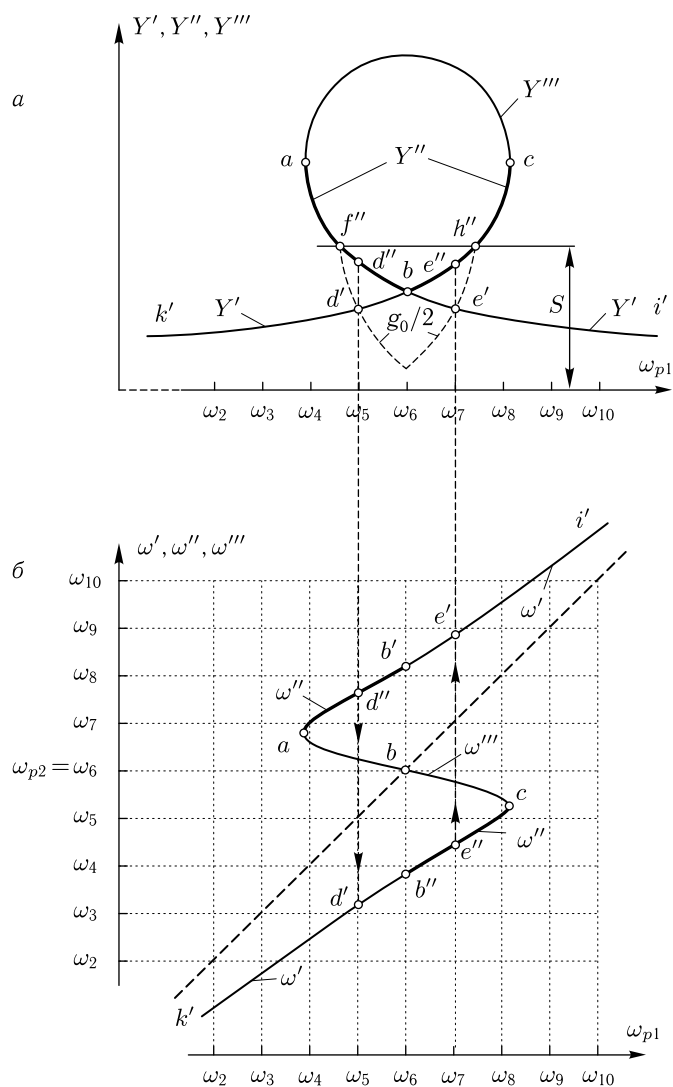


Рис. 13.19

застягиванием. При изменении частоты  $\omega_{p2}$  в генераторе происходят аналогичные явления.

Если  $\omega_{p1}$  меньше абсциссы точки  $f''$  или больше абсциссы точки  $h''$ , то при включении генератора возбуждается лишь частота  $\omega'$ .

Если  $\omega_{p1}$  лежит между абсциссами точек  $f''$  и  $d''$  или  $e''$  и  $h''$ , то при включении могут возбуждаться колебания с двумя различными частотами, поскольку здесь  $S > Y'' > Y'$ . Однако, если возбудятся

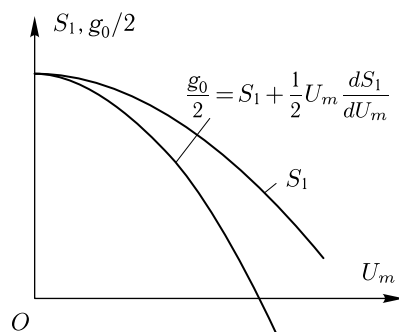


Рис. 13.20

колебания с частотой  $\omega''$ , то потом обязательно возбуждятся и колебания с частотой  $\omega'$ , которые подавят первые, ибо удовлетворяется неравенство (13.12). В этих случаях в схеме всегда генерируются колебания с частотой  $\omega'$ .

Наконец, если  $\omega_{p1}$  очень близка к  $\omega_{p2}$  (т.е. лежит между абсциссами точек  $d''$  и  $e''$ ), то может генерироваться как частота  $\omega'$ , так и  $\omega''$ , в зависимости от того, какое колебание быстрее нарастет. Если генерируется частота  $\omega''$ , то колебания с частотой  $\omega'$  возбуждятся уже не смогут, поскольку условие (13.12) на этом участке не удовлетворяется и, наоборот, если генерируется частота  $\omega'$ , то не смогут самовозбудиться колебания с частотой  $\omega''$ .

В этом параграфе рассматривался случай емкостной П-образной связи между контурами. При других видах связи процессы будут такими же. Действительно, в § 9.2 первой части курса было показано, что сопротивления, вносимые из контура в контур и, следовательно, сопротивление первого контура с учетом влияния второго, не зависят от вида связи, а лишь от ее величины.

Явление затягивания иногда нежелательно, поскольку оно не дает возможности плавно менять частоту генерируемых колебаний, а в некоторой области настроек и не позволяет предугадать, какая из частот —  $\omega'$  или  $\omega''$  — будет генерироваться.

Для избавления от явления затягивания следует либо достаточно разнести частоты  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$ , либо сделать связь между контурами настолько слабой, чтобы амплитудно-фазовая характеристика управляющей проводимости не имела петли (рис. 13.17).

### § 13.4. Захватывание

Если на автогенератор синусоидальных колебаний частоты  $\omega'$  начнет воздействовать внешняя эдс с частотой  $\omega_0$ , близкой к  $\omega'$ , то частота генерации может измениться и стать равной  $\omega_0$ . Это явление называют захватыванием частоты генератора внешней электродвижущей

*силой* или просто *захватыванием*. Явление захватывания сходно с явлением синхронизации частоты релаксационных генераторов, которое было рассмотрено в § 5.8. Полоса частот, в которой происходит захватывание, называется *полосой захватывания*.

Рассмотрим это явление на общей схеме генератора (рис. 12.1). Предположим, что в какой-либо цепи четырехполюсника генератора действует внешняя эдс с частотой  $\omega_0$  и произошло захватывание. Выясним, при каких условиях это возможно.

Пусть при отключенной лампе из-за действия этой эдс на зажимах  $1-1'$  четырехполюсника имеется напряжение  $\mathbf{E}_1$ , а на зажимах  $2-2'$  — напряжение  $\mathbf{E}_2$ . Тогда в соответствии с принципом наложения (он справедлив для четырехполюсника, являющегося линейной системой) при прохождении через зажимы  $1-1'$  первой гармоники анодного тока на них появится дополнительное напряжение  $\mathbf{I}_{a1}\mathbf{Z}_a$ , а на зажимах  $2-2'$  дополнительное напряжение  $\mathbf{I}_{a1}\mathbf{Z}_a\mathbf{k}_{oc}$  [ф-лы (12.12)]. В результате амплитуда первой гармоники управляющего напряжения будет равна

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_m &= \mathbf{I}_{a1}\mathbf{Z}_a\mathbf{k}_{oc} + \mathbf{E}_2 - D(\mathbf{I}_{a1}\mathbf{Z}_a + \mathbf{E}_1) = \\ &= \mathbf{I}_{a1}(\mathbf{k}_{oc} - D)\mathbf{Z}_a + \mathbf{E}_2 - D\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{I}_{a1}}{\mathbf{Y}(p)} + E, \end{aligned} \quad (13.30)$$

где  $\mathbf{Y}(p) = \frac{1}{(\mathbf{k}_{oc} - D)\mathbf{Z}_a}$  — управляющая проводимость,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 - D\mathbf{E}_1$  — управляющее напряжение, вызванное действием эдс.

С другой стороны [ф-ла (12.11)],

$$\mathbf{I}_{a1} = S_1 \mathbf{U}_m,$$

где  $S_1$  — приведенная крутизна, являющаяся действительной величиной.

Подставляя это значение  $\mathbf{I}_{a1}$  в (13.30), получим

$$\mathbf{U}_m = \frac{S_1}{\mathbf{Y}(p)} \mathbf{U}_m + \mathbf{E} = \mathbf{U}' + \mathbf{E}, \quad (13.31)$$

где

$$\mathbf{U}' = \frac{S_1}{\mathbf{Y}(p)} \cdot \mathbf{U}_m. \quad (13.32)$$

Это равенство справедливо как в стационарном, так и в неустановившемся режиме.

Из (13.31) следует, что при  $\mathbf{E} = 0$ , т. е. в отсутствие захватывающей эдс, и в стационарном режиме, когда  $\gamma = 0$ , частота генерации  $\omega'$  должна быть такой, чтобы  $\mathbf{Y}(i\omega')$  была действительной величиной. При наличии эдс равенство (13.31) в стационарном режиме может удовлетворяться и на частотах, отличных от  $\omega'$ , когда  $\mathbf{Y}(i\omega)$  будет комплексной величиной. В частности, при захватывании оно должно удовлетворяться на частоте эдс  $\omega = \omega_0$ .

На рис. 13.21 изображена векторная диаграмма, соответствующая ур-нию (13.31), которая поясняет сказанное. Здесь  $Y_0$  — модуль,  $\varphi_0$  — аргумент управляющей проводимости  $\mathbf{Y}(i\omega_0)$ .

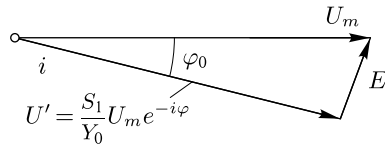


Рис. 13.21

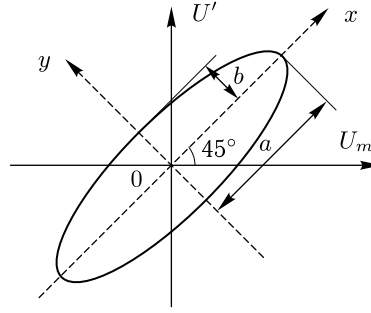


Рис. 13.22

Составим уравнения для определения  $U_m$  и  $U'$ .  
На основании (13.31) можно написать

$$U_m - U' = E,$$

или

$$|U_m - U'|^2 = U_m^2 + U'^2 - 2U_m U' \cos \varphi_0 = E^2. \quad (13.33)$$

С другой стороны,

$$U' = \frac{S_1 U_m}{Y_0} = \frac{F_1(U_0, U_m)}{Y_0}, \quad (13.34)$$

где  $F_1(U_0, U_m)$  — первая гармоника анодного тока. Из ур-ний (13.33) и (13.34) можно найти неизвестные  $U_m$  и  $U'$ . Сделаем это графическим методом.

Уравнение (13.33) является уравнением эллипса в прямоугольных координатах  $U_m, U'$ . Главные оси эллипса расположены под углом  $45^\circ$  к осям  $U_m, U'$ . В этом легко убедиться, введи координаты  $x$  и  $y$ , повернутые на  $45^\circ$  по отношению к координатам  $U_m, U'$  (рис. 13.22). В этом случае, как известно,

$$U_m = x \cos 45^\circ - y \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - y),$$

$$U' = x \sin 45^\circ + y \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + y).$$

Подставляя эти выражения в (13.33) и проводя простые преобразования, получим:

$$x^2(1 - \cos \varphi) + y^2(1 + \cos \varphi) = E^2, \quad (13.35)$$



или в канонической форме:

$$\frac{x^2}{\frac{E^2}{1 - \cos \varphi_0}} + \frac{y^2}{\frac{E^2}{1 + \cos \varphi_0}} = 1. \quad (13.36)$$

Отсюда главные полуоси равны:

вдоль оси  $x$

$$a = \frac{E}{\sqrt{1 - \cos \varphi_0}},$$

вдоль оси  $y$

$$b = \frac{E}{\sqrt{1 + \cos \varphi_0}}.$$

Отметим, что эллипс (13.36) отсекает на осях  $U_m$  и  $U'$  отрезки  $\pm E$ , в чем легко убедиться, полагая в равенстве (13.33)  $U' = 0$ , а затем  $U_m = 0$ .

Уравнение (13.34), дающее также зависимость  $U'$  от  $U_m$ , является колебательной характеристикой, ординаты которой разделены на  $Y_0$ .

Пересечения эллипса с этой колебательной характеристикой дают искомые решения. Для рис. 13.23 имеем три решения, соответствующие точкам 1, 2 и 3. Векторные диаграммы для этих трех решений приведены на рис. 13.24. Здесь напряжение  $U_m$  для режимов 1, 2 и 3 изображается соответственно векторами  $01$ ,  $02$  и  $03$ ; напряжение  $U'$  — векторами  $01'$ ,  $02'$  и  $03'$  и эдс  $E$  — векторами  $11'$ ,  $22'$  и  $33'$ . Для всех диаграмм  $\omega = \omega_0$  и, следовательно, величина  $\varphi_0$  одна и та же.

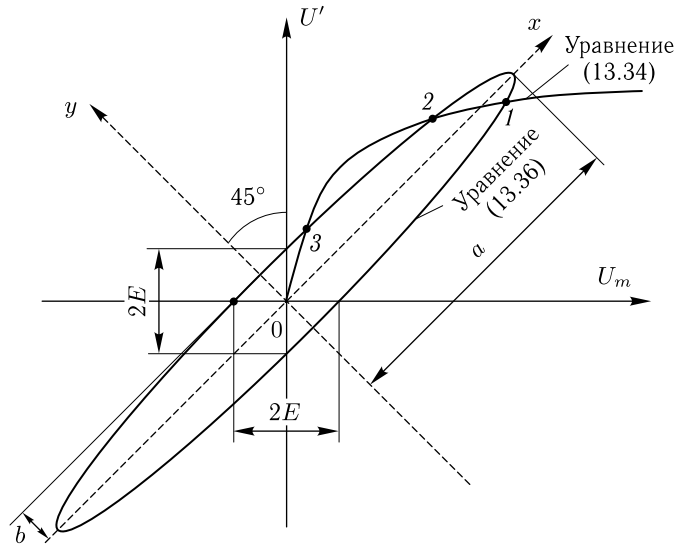


Рис. 13.23

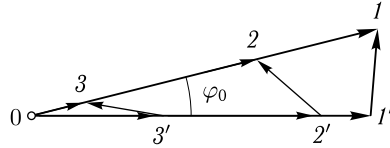


Рис. 13.24

Для проверки реальности существования найденных режимов захватывания необходимо выяснить их устойчивость. Сначала сделаем это с помощью малых добавочных колебаний.

Характеристические уравнения (13.12) и (13.17) для добавочных колебаний, выведенные для схемы рис. 12.1 в отсутствие захватывающей эдс, справедливы и при ее наличии. В этом нетрудно убедиться, повторив рассуждения, сделанные в § 13.2. При этом надо величины  $\omega_0$  и  $g_k$  брать для рассматриваемых режимов захватывания.

Очевидно, в режиме захватывания можно ожидать асинхронного возбуждения колебаний на частоте  $\omega'$  и синхронного возбуждения на частоте  $\omega_0$ .

На рис. 13.25а изображена амплитудно-фазовая характеристика  $Y(i\omega)$  и отмечены точки этой характеристики, соответствующие частотам  $\omega'$  и  $\omega_0$ . Для режима, соответствующего точке 1 (рис. 13.23), отношение  $\frac{U'}{U_m} = \frac{S_1}{Y_0} < 1$ . Отсюда следует, что в данном режиме  $S_1 < Y_0$ . В результате самая правая точка  $S_1$  окружности устойчивости и вся окружность лежат левее амплитудно-фазовой характеристики. При этом рассуждении мы учитывали, что в точке 1 величина  $\frac{\partial S_1}{\partial U_m} < 0$ , и поэтому самая правая точка окружности соответствует  $S_1$ , как это было показано в § 13.2. Следовательно, все добавочные колебания — синхронные и асинхронные — затухают, а режим, соответствующий точке 1, — устойчив.

Проводя аналогичные рассуждения для точки 2, получим, что в ней  $S_1 > Y_0$ , и окружность устойчивости имеет вид, изображенный

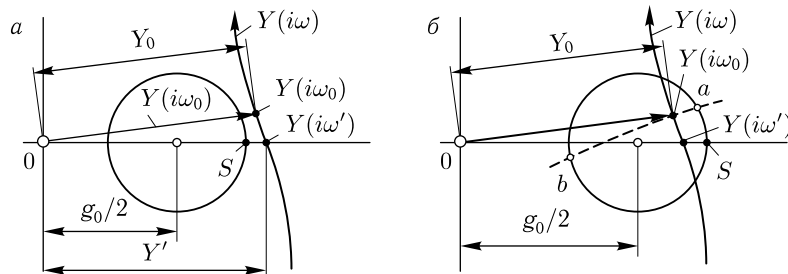


Рис. 13.25

на рис. 13.25б. Точка  $Y(i\omega_0)$  лежит внутри окружности<sup>1)</sup>, и один корень ур-ния (13.17), соответствующий точке пересечения ветви кривой  $Y(\gamma + i\omega_0)$  для  $\gamma > 0$  (точка  $a$  на рис. 13.25б), дает нарастающие колебания. Таким образом, точка 2 неустойчива.

Для точки 3, как и для точки 2,  $S_1 > Y_0$  и она не может быть устойчивой.

После сделанных рассуждений очевидно, что в генераторе существуют колебания единственного устойчивого режима, соответствующего точке 1.

Для лучшего ознакомления с квазилинейным методом исследуем еще устойчивость с его помощью. При использовании этого метода надо дать некоторое приращение напряжению колебания и выяснить, как от этого приращения изменятся  $Y(p)$  и  $p$  в соответствии с равенством (13.31).

На основании изменения  $p$  можно судить, будет ли данное приращение расти (тогда режим неустойчив) или всегда стремиться к нулю (устойчивый режим).

Для простоты проведем исследование, считая  $E$ , а следовательно и  $\varphi_0$ , малыми величинами.

Пусть напряжение  $U_m$  несколько увеличится по амплитуде, не изменяясь по фазе. Настолько же увеличится и  $U'$ , так как угол  $\varphi_0$  мал и вектор  $E$  постоянен (рис. 13.26). Этому приращению соответствует смещение точки  $(U_m, U')$  на рис. 13.27 по прямой, проходящей под углом  $45^\circ$  к осям координат. Из положения 1 точка  $(U_m, U')$  перейдет при этом, например, в положение 1'.

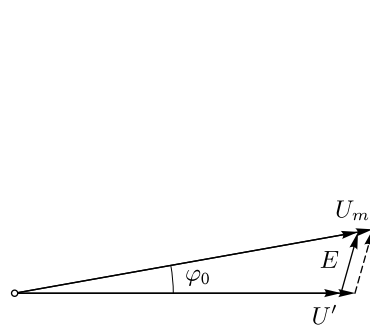


Рис. 13.26

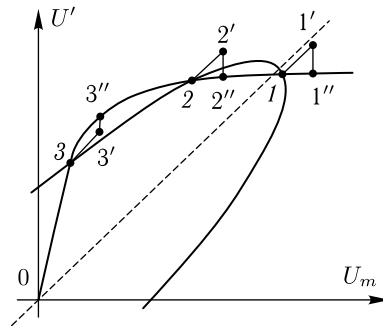


Рис. 13.27

Для положения 1''  $U' = \frac{S_1}{Y_0} U_m$ . Для положения 1'  $U_m$  и, следовательно,  $S_1$  имеют те же значения, величина же  $U' = \frac{S_1}{|Y(p)|} U_m$  для этого положения больше, чем для 1''. Поэтому очевидно, что

<sup>1)</sup> Здесь для простоты принято, что величина  $\omega_0$  близка к  $\omega'$ .

в положении  $1'$

$$|\mathbf{Y}(p)| < Y_0.$$

При этом аргументы  $\mathbf{Y}(p)$  и  $\mathbf{Y}(i\omega_0)$ , соответствующие сдвигам фаз между напряжениями  $\mathbf{U}_m$  и  $\mathbf{U}'$  (рис. 13.28), можно считать равными. Таким образом, вектор  $\mathbf{Y}(p)$ , соответствующий положению  $1'$  (вектор  $01$  на рис. 13.28), лежит левее амплитудно-фазовой характеристики  $\mathbf{Y}(i\omega)$ , т. е. соответствующая ему величина  $p$  имеет отрицательную  $\gamma$ . Поэтому амплитуда колебаний в режиме  $1'$  уменьшается и, очевидно, возвратится к стационарному значению, соответствующему точке  $1$ .

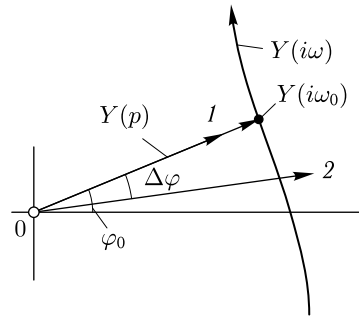


Рис. 13.28

Давая амплитуде  $U_m$  отрицательное приращение и рассуждая аналогично, получим действительную часть  $p$  положительной, откуда следует, что амплитуда  $U_m$  растет. Следовательно, режим, соответствующий точке  $1$ , — *устойчивый по амплитуде*.

Таким же образом можно установить, что режим, соответствующий точке  $2$ , также устойчивый по амплитуде, а режим, соответствующий точке  $3$ , — неустойчивый, т. е. небольшие приращения амплитуды в этом режиме нарастают.

Колебание  $\mathbf{U}_m$  может получать приращение не только по амплитуде, но и по фазе. Оно также не должно нарушать равенство (13.31).

Предположим, что векторная диаграмма, соответствующая равенству (13.31), в установившемся режиме занимает положение  $a$  (рис. 13.29а). Допустим, что напряжение  $\mathbf{U}_m$  получило положительное приращение фазы  $\Delta\psi$ . Тогда векторная диаграмма займет положение  $b$ . На этой диаграмме вектор  $\mathbf{U}_m$  сохранит свою длину, вектор  $\mathbf{E}$  — длину и направление. В результате сдвиг фаз между  $\mathbf{U}_m$  и  $\mathbf{U}'$  уменьшится на величину  $\Delta\varphi$  и вектор  $\mathbf{U}'$  немного укоротится. В этом нетрудно убедиться, если повернуть диаграмму  $b$  на угол  $\Delta\psi$  так, чтобы векторы  $\mathbf{U}_m$  совместились. При этом векторы  $\mathbf{U}'$  и  $\mathbf{E}$  займут положения, показанные пунктиром.

В результате модуль  $\mathbf{Y}(p) = S_1 \frac{\mathbf{U}_m}{\mathbf{U}'}$  несколько увеличится, а аргумент уменьшится и вектор  $\mathbf{Y}(p)$  займет положение 2 рис. 13.28. Этому

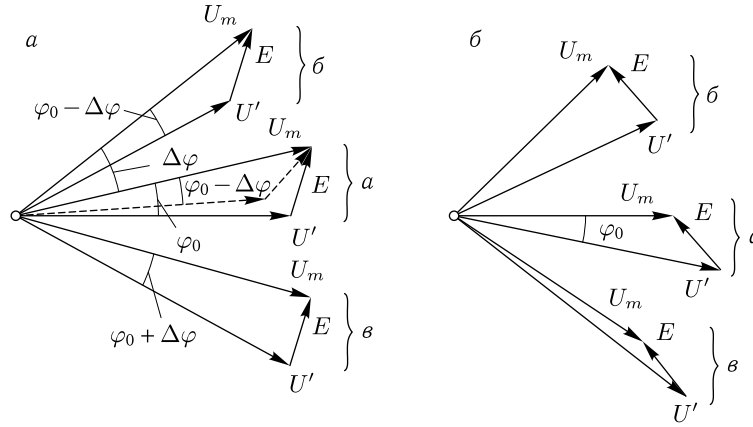


Рис. 13.29

положению соответствует  $\gamma > 0$  и  $\omega < \omega_0$ . Таким образом, колебания в этом случае имеют частоту несколько меньшую  $\omega_0$ , в результате чего векторы  $\mathbf{U}_m$  и  $\mathbf{U}'$  начнут вращаться по часовой стрелке (считаем, что ось проекций вращается с угловой скоростью  $\omega_0$  (ч. 1, § 6.7) и придут к прежнему положению *a*. Если в этом положении режим устойчив по амплитуде, то амплитуда также вернется к прежнему значению.

Если колебание  $\mathbf{U}_m$  получит отрицательное приращение по фазе, то векторная диаграмма *a* рис. 13.29а примет положение *в*, угол между векторами  $\mathbf{U}_m$  и  $\mathbf{U}'$  увеличится, что приведет к увеличению частоты колебаний  $\omega$ , вращению векторов  $\mathbf{U}_m$  и  $\mathbf{U}'$  против часовой стрелки и к восстановлению векторной диаграммы.

Положение векторных диаграмм, соответствующих режимам 2 и 3 (рис. 13.23 и 13.24), получается обратным, как это видно из рис. 13.29б. При увеличении сдвига фаз у колебания  $\mathbf{U}_m$  увеличивается  $\varphi_0$ , увеличивается частота колебаний и векторы начинают вращаться по часовой стрелке, дополнительно увеличивая сдвиг фаз. При уменьшении сдвига фаз процесс будет аналогичным. Таким образом, положения 2 и 3 неустойчивы по фазе, и колебания из них переходят в единственно устойчивый режим 1.

Рисунок 13.30 дает понятие об изменении режима захватывания с изменением частоты эдс  $\omega_0$ . При этом меняется аргумент управляющей проводимости  $\varphi_0$  и величины осей эллипса. Модуль управляющей проводимости  $Y_0$  для простоты принят постоянным.

На рис. 13.31 приведены векторные диаграммы для устойчивых режимов, соответствующих точкам *A*, *B* и *C* рис. 13.30.

При больших значениях  $|\varphi_0|$  (например при  $|\varphi_0| = \varphi_3$ ), соответствующих большим разностям  $\omega_0 - \omega'$ , устойчивого режима захватывания не будет. В этом случае в схеме существуют собственные колебания с частотой  $\omega'$  и вынужденные с частотой эдс  $\omega_0$ .

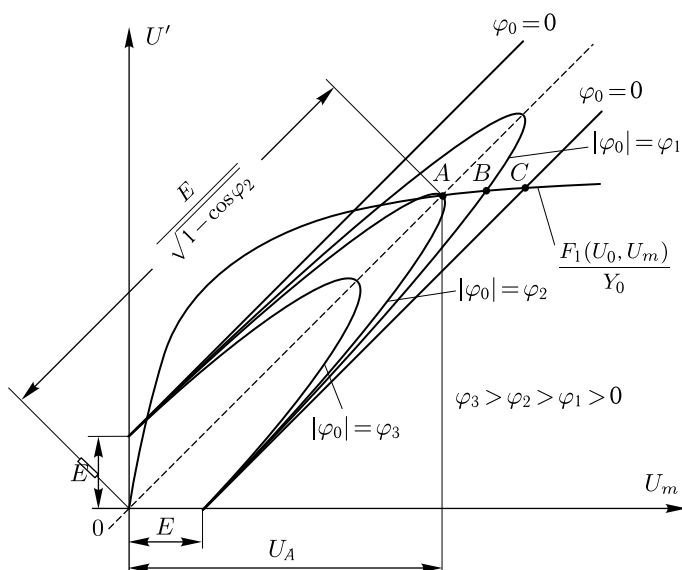


Рис. 13.30

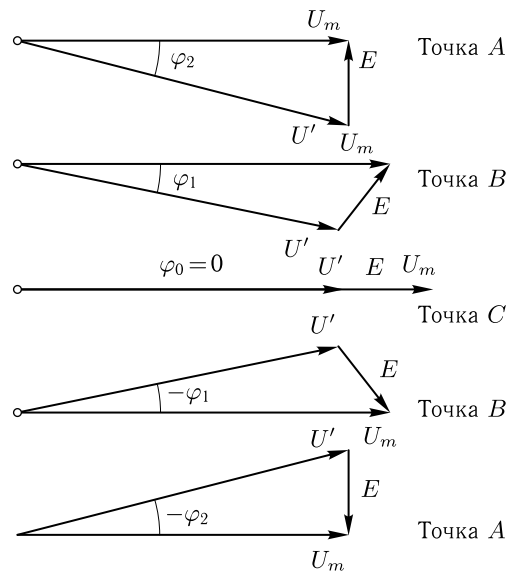


Рис. 13.31

Граничную частоту, при которой наступает захватывание, можно при малых  $E$  определить приближенно, беря  $\varphi_0$  таким, чтобы большая полуось эллипса достигала точки  $A$  (на рис. 13.30 при этом  $|\varphi_0| = \varphi_2$ ).

В этом случае

$$\frac{E}{\sqrt{2}\sqrt{1-\cos\varphi_0}} = U_A, \quad (13.37)$$

где  $U_A$  — абсцисса точки  $A$ , равная управляющему напряжению, имеющему место при отсутствии внешней эдс.

Из (13.37) для границы полосы захватывания получим:

$$\cos\varphi_0 = 1 - \frac{E^2}{2U_A^2},$$

или, полагая для малых  $\varphi$  значение  $\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ , получим:

$$\varphi_0 = \pm \frac{E}{U_A}. \quad (13.38)$$

Зная зависимость  $\varphi_0$  от частоты  $\omega_0$ , можно для заданной схемы найти граничные частоты полосы захватывания.

### Пример 13.3

Найти ширину полосы захватывания для генератора, изображенного на рис. 12.8, если в этом генераторе последовательно с конденсатором контура включена малая эдс  $E_k$ . Все данные автогенератора известны.

Решение

1. Находим величину  $E$ . При отключенной лампе напряжение на контуре от эдс  $E_k$  для частот, близких к резонансу, примерно равно  $QE_k$ . Управляющее напряжение, вызванное эдс  $E_k$ , равно

$$E = k_{oc}QE_k - DQE_k = (k_{oc} - D)QE_k.$$

2. В соответствии с (13.38) аргумент  $\mathbf{Y}$  на границах полосы захватывания равен

$$\varphi_0 = \pm \frac{E}{U_A} = \pm \frac{(k_{oc} - D)QE_k}{U_A},$$

где  $U_A$  — амплитуда управляющего напряжения в отсутствие  $E_k$ . Если при этом напряжение на контуре равно  $U_k$ , то  $U_A = k_{oc}U_k - DU_k = (k_{oc} - D)U_k$ .

Для рассматриваемой схемы

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{(k_{oc} - D)Z_a} = \frac{1 + iQ\frac{2(\omega - \omega_p)}{\omega_p}}{(k_{oc} - D)R_{ae}}.$$

При малых значениях  $\omega - \omega_p$  можно считать, что

$$\varphi_0 = Q\frac{2(\omega - \omega_p)}{\omega_p}.$$

Таким образом, значение  $\omega$  для границ полосы захватывания может быть найдено из следующего уравнения:

$$Q\frac{2(\omega - \omega_p)}{\omega_p} = \pm \frac{(k_{oc} - D)QE_k}{(k_{oc} - D)U_k}$$

или

$$\frac{2(\omega - \omega_p)}{\omega_p} = \pm \frac{E}{U_k},$$

откуда граничные частоты равны

$$\omega = \omega_p \left( 1 \pm \frac{E_k}{2U_k} \right)$$

и ширина полосы захватывания

$$\omega_p \left( 1 + \frac{E_k}{2U_k} \right) - \omega_p \left( 1 - \frac{E_k}{2U_k} \right) = \frac{E_k}{U_k} \omega_p.$$

### § 13.5. Фазовая плоскость. Метод изоклин

В теории колебаний для изображения колебательных процессов часто пользуются так называемой *фазовой плоскостью*, на которой абсциссой изображающей точки является сама колеблющаяся величина  $x$ , а ординатой — скорость ее изменения во времени  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ .

На рис. 13.32 дано изображение ряда колебаний на плоскости  $x, t$  и на фазовой плоскости. Справедливость этих диаграмм нетрудно установить, проследив их построение по точкам. Соответствующие друг другу точки обозначены на диаграммах одинаковыми цифрами.

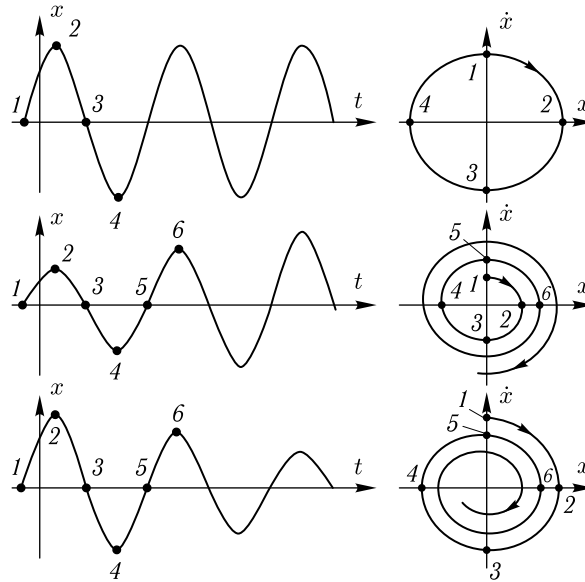


Рис. 13.32

Линия движения точки, изображающей колебание на фазовой плоскости, называется *фазовой траекторией*. Для периодических колебаний фазовые траектории будут *замкнутыми*. В верхней полуплоскости изображающая точка всегда движется по фазовой траектории слева направо, а в нижней — справа налево.



Если автономная система, т.е. система, не содержащая внешних переменных эдс, описывается дифференциальным уравнением второго порядка, то, как известно, процесс в ней однозначно определяется начальными условиями, т.е. значениями  $x$  и  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$  в начальный момент. Если взять на фазовой плоскости точку, соответствующую начальным условиям, то из нее пойдет одна фазовая траектория, соответствующая колебаниям, определяемым этими начальными условиями. Таким образом, через каждую точку фазовой плоскости должна проходить одна и только одна фазовая траектория.

Если имеется семейство фазовых траекторий, то легко проследить, как при заданных начальных условиях протекает дальнейший процесс. Так, на рис. 13.33 представлено семейство фазовых траекторий для автогенератора в жестком режиме. Фазовые траектории, находящиеся внутри пунктирной линии 2 (она называется *разделительной линией* или *сепаратриссой*), сходятся по спиралям к началу координат. Траектории, находящиеся между линиями 2 и 1, идут по разворачивающимся спиралям, в пределе сливаясь с линией 1 (она называется *предельным циклом*). Траектории за линией 1 свертываются по спирали, также в пределе стремясь к линии 1. Линия 1 соответствует колебаниям в установившемся периодическом режиме.

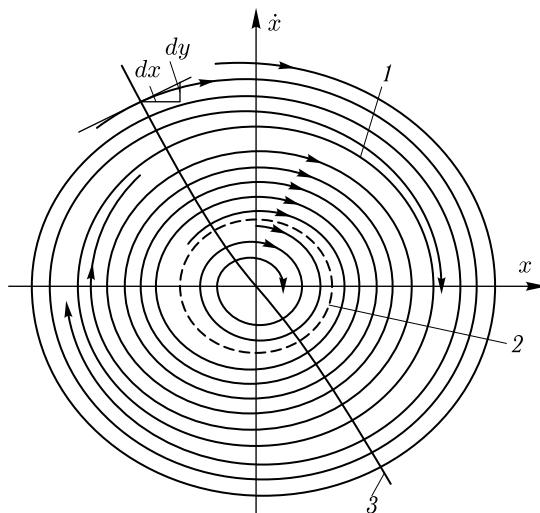


Рис. 13.33

Таким образом, если начальные условия таковы, что соответствующая им точка лежит внутри разделительной линии 2, то колебания затухнут, если вне ее, то придут к предельному циклу 1. Разделительная линия соответствует колебаниям в автогенераторе, определяемым точкой 7 рис. 13.2.

Пользуясь фазовой плоскостью, можно графически решать нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка.

В гл. 5 мы рассматривали схему рис. 5.1, которая описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка. Однако количественное рассмотрение было проведено для случая, когда емкость  $C_{\Gamma}$  достаточно мала и поэтому оказывается возможным отдельно рассматривать медленный процесс и процесс скачка, каждый из которых описывается дифференциальным уравнением первого порядка.

В гл. 12 были рассмотрены схемы рис. 12.8 и 12.13, которые также описываются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка, но они рассматривались лишь для случая, когда колебания близки к синусоидальным. Промежуточные случаи, когда колебания не являются ни синусоидальными, ни релаксационными, могут быть рассмотрены в случае дифференциальных уравнений второго порядка лишь приближенно. Один из методов такого рассмотрения — метод, в котором используется фазовая плоскость и который называется *методом изоклин*, — излагается ниже.

Пусть имеется некоторое дифференциальное уравнение второго порядка, которое в общем виде может быть записано так:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = f\left(x, \frac{dx}{dt}\right).$$

Обозначая

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad (13.39)$$

получим

$$\frac{dy}{dt} = f(x, y). \quad (13.40)$$

Деля (13.40) на (13.39), получим дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}. \quad (13.41)$$

Величина  $\frac{dy}{dx}$  является угловым коэффициентом касательной к фазовой траектории в точке  $(x, y)$ , поскольку на фазовой плоскости по оси ординат откладывается  $y$ , а по оси абсцисс  $x$  (рис. 13.33). Полагая  $\frac{dy}{dx} = k$ , где  $k$  — постоянная, будем иметь уравнение:

$$\frac{f(x, y)}{y} = k = \operatorname{tg} \varphi, \quad (13.42)$$

которое связывает  $x$  и  $y$  и является уравнением линии на фазовой плоскости, в точках которой касательные к фазовым траекториям имеют один и тот же угол наклона  $\varphi$ . Эта линия называется *изоклиной* (линией постоянного наклона). В качестве примера она проведена на рис. 13.33 (линия 3).

Построив ряд изоклин на фазовой плоскости для разных углов наклона касательных  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и т. д. (рис. 13.34), можно затем построить по ним и фазовые траектории, говорящие о колебаниях в данной схеме. Для этого задаемся на одной из изоклин (скажем,  $\varphi_1$ ) начальной точкой  $1$ . Затем проводим из нее прямую под углом  $\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)$  до пересечения с изоклиной  $\varphi_2$  (точка 2). Из этой точки проводим прямую под углом  $\frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_3)$  до пересечения с изоклиной  $\varphi_3$  (точка 3) и т. д.

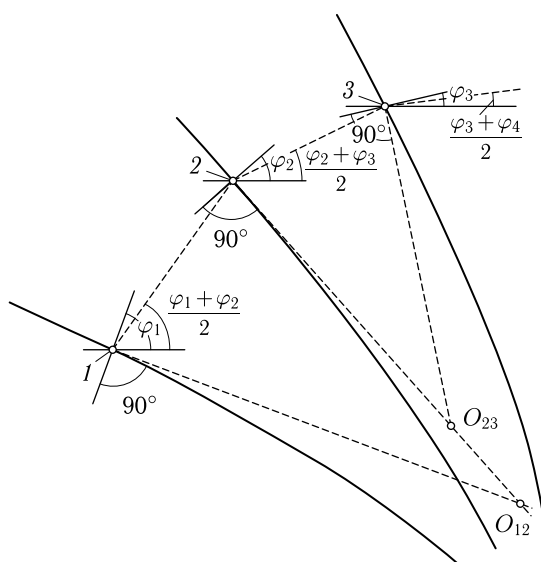


Рис. 13.34

Фазовая траектория пройдет приблизительно через точки  $1, 2$  и  $3$  и т. д., причем в этих точках касательные к ней будут иметь углы наклона  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и т. д. Эту фазовую траекторию можно приближенно представить рядом дуг. Как легко показать, центром первой дуги, соединяющей точки  $1$  и  $2$ , является точка  $O_{12}$ , второй, соединяющей точки  $2$  и  $3$ , —  $O_{23}$  и т. д. Сами дуги на рис. 13.34 не показаны.

**Пример 13.4**

Найти уравнение изоклин для схемы рис. 5.1, описываемой уравнениями (4.9), (5.1) и (5.3). Зависимости  $u_{2y}^* = f_{2y}(u_1)$  и  $i_1 = f_1(u_1)$  заданы.

Решение

Дифференцируя уравнение (5.1) и подставляя вместо  $\frac{du_C}{dt}$  его значение из (5.3) и значение  $i_1$ , получим:

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{f_1(u_1)}{C}.$$

Дифференцируя (4.9) и подставляя в него  $\frac{du_2}{dt}$  и  $u_{2y}$ , имеем:

$$\frac{df_{2y}(u_1)}{dt} - \frac{du_1}{dt} - \frac{f_1(u_1)}{C} = \tau_{\Pi} \frac{d^2 u_1}{dt^2},$$

откуда

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} = \frac{1}{\tau_{\Pi}} \left[ f'_{2y}(u_1) \frac{du_1}{dt} - \frac{du_1}{dt} - \frac{f_1(u_1)}{C} \right],$$

где

$$f'_{2y}(u_1) = \frac{df_{2y}(u_1)}{du_1}.$$

Обозначая  $u_1 = x$  и  $\frac{du_1}{dt} = y$ , получим на основании (13.42) уравнение изоклины с углом наклона  $\varphi$ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\tau_{\Pi}} \cdot \frac{f'_{2y}(x)y - y - \frac{f_1(x)}{C}}{y},$$

или

$$y = \frac{f_1(x)}{C[f'_{2y}(x) - 1 - \tau_{\Pi} \operatorname{tg} \varphi]}.$$