

ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

А. П. КОТЕЛЬНИКОВ

**ВВЕДЕНИЕ  
В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ  
МЕХАНИКУ**



**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МОСКВА—ЛЕНИНГРАД**

ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

А. П. КОТЕЛЬНИКОВ

**ВВЕДЕНИЕ  
В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ  
МЕХАНИКУ**

*Научно-Технической Секцией Государственного Ученого Совета допущено  
в качестве пособия для Высших Технических Учебных Заведений*



**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МОСКВА . ЛЕНИНГРАД**

## ПРЕДИСЛОВИЕ.

Этот курс Теоретической Механики предназначен, главным образом, для студентов Высших Технических Училищ. Для лиц, желающих полнее изучить основы механики, книга может служить в качестве первого концентра.

Необходимость начинать в Высших Технических Училищах изучение механики одновременно с анализом заставляет излагать в начале курса те отделы механики, которые легче поддаются изучению при помощи чисто геометрических методов, именно Статику и специально Статику твердого тела, а затем уже переходить к Кинематике и Динамике.

Это же обстоятельство влияет и на характер изложения. В своем курсе я отдавал предпочтение геометрическим методам. Так, например, при выводе законов количеств движения и теоремы живых сил я старался избегать аналитической формы принципа Д'Аламбера.

Текст второго издания почти не отличается от текста первого. С технической стороны это издание совершеннее первого. Чертежи в нем выполнены тщательнее и внесены в текст.

*Д. Котельников*

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

Введение . . . . .	1
<b>Часть первая. Статика</b>	
<b>Статика твердого тела . . . . .</b>	<b>1</b>
Сила — 3. Вектор — 3. I. Закон инерции — 4. II. Закон независимости одновременного действия силы — 4. III. Закон параллелограмма — 6. IV. Принцип перенесения точки приложения — 7.	
<b>Проекция и геометрическая сумма . . . . .</b>	<b>8</b>
Равные векторы — 8. Проекция на плоскость — 8. Проекция на линию — 8. Геометрическая сумма — 11. Свойства геометрической суммы — 12. Геометрическая разность — 14.	
<b>Сложение сил, приложенных к одной точке . . . . .</b>	<b>15</b>
Параллелограмм и треугольник сил — 15. Правило параллелепипеда — 17. Правило многоугольника — 20. Разложение силы — 21. Условия равновесия сил, приложенных к одной точке — 22. Аналитическое сложение сил, приложенных к одной точке — 23. Аналитические условия равновесия сил, приложенных к одной точке — 23.	
<b>Сложение сил параллельных . . . . .</b>	<b>24</b>
Сложение двух параллельных, сил одинаково направленных — 24. Сложение двух параллельных сил, различно направленных — 25. Разложение силы на две параллельных — 27. Пара не имеет равнодействующей — 27.	
<b>ТЕОРИЯ ПАР . . . . .</b>	<b>28</b>
Пара, плечо, момент — 28. Свойства пар — 29. Линейный момент пары — 31. Сложение и разложение пар — 32. Условия равновесия тела, находящегося под действием нескольких пар — 36.	
<b>Сложение сил, как угодно приложенных к твердому телу . . . . .</b>	<b>36</b>
Момент относительно точки — 36. Равнодействующая сила и пара — 38. Случай $R=0, G=0$ ; условия равновесия и эквивалентности — 40. Случай $R=0, G \neq 0$ — 41. Случай $R \neq 0, G=0$ — 42. Случай $R \neq 0, G \neq 0$ и угол между ними $\varphi$ какой угодно — 43. Силовой винт — 45. Приведение системы сил к двум силам — 47.	
<b>Аналитические формулы сложения сил . . . . .</b>	<b>47</b>
Момент около оси — 47. Случай трех сил — 51. Теорема Вариньона — 52. Формулы для момента силы около оси — 56.	

Найти равнодействующую силу и момент равнодействующей пары — 57. Перемена точки приведения — 59. Аналитические формулы, определяющие винт, эквивалентный данной системе — 61. Условия равновесия и эквивалентности — 64.	
<b>Плоская система сил</b> . . . . .	65
Основные теоремы — 65. Аналитические формулы сложения сил — 67. Силовой винт, эквивалентный плоской системе — 67. Условия равновесия плоской системы — 68.	
<b>Параллельные силы</b> . . . . .	69
Момент силы относительно плоскости — 69. Случай при сложении параллельных сил — 69. Плоская система параллельных сил — 70. Центр параллельных сил — 71.	
<b>Центр тяжести</b> . . . . .	73
Центр тяжести — 73. Центр тяжести системы частиц — 74. Центр тяжести тел — 74. Центр тяжести материального объема — 75. Центр тяжести материальной поверхности — 76. Центр тяжести материальной линии — 77. Общие теоремы, облегчающие нахождение центра тяжести — 78. Центр тяжести площади треугольника — 81. Центр трех параллельных сил, приложенных к вершинам треугольника и пропорциональных противоположным сторонам — 82. Центр тяжести периметра треугольника — 83. Центр тяжести объема тетраэдра — 83. Центр четырех параллельных сил, приложенных к вершинам тетраэдра и пропорциональных площадям противолежащих граней — 84. Центр тяжести поверхности тетраэдра — 86. Центр тяжести периметра правильного многоугольника — 87. Центр тяжести дуги круга — 88. Центр тяжести площади сектора круга — 88. Центр тяжести площади сегмента круга — 89. Центр тяжести сферического пояса или сегмента — 89. Центр тяжести объема шарового сектора — 90. Центр тяжести объема шарового сегмента — 91. Центр тяжести площади четырехугольника — 91. Центр тяжести площади трапеции — 92. Центр тяжести боковой поверхности призмы или цилиндра — 94. Центр тяжести объема призмы и цилиндра — 94. Центр тяжести боковой поверхности пирамиды и конуса — 95. Центр тяжести объема пирамиды и конуса — 96. Теоремы Гюльдена — 96.	
<b>Равновесие несвободного тела</b> . . . . .	99
Связи — 99. Реакции — 101. Реакция нормальная и трение — 102. Одна точка тела принуждена двигаться по данной линии — 104. Тело имеет неподвижную точку — 105. Цилиндрический шарик — 106. Ползун — 108. Тело имеет неподвижную точку — 108. Тело имеет две неподвижные точки — 109. Подвижное тело опирается одной точкой на неподвижное — 111. Подвижное тело опирается на неподвижное в двух точках — 113. Подвижное тело опирается на неподвижное в трех точках — 115. Подвижное тело опирается на неподвижное в четырех точках — 116.	

<b>Равновесие системы материальных тел</b> . . . . .	117
Закон действия и противодействия — 117. Принцип отвердения — 118. Примеры — 119.	
<b>Учение о перемещениях твердого тела</b> . . . . .	123
Движение и перемещение точки — 123. Перемещение тела — 124. Поступательное движение твердого тела — 124. Вращательное движение твердого тела — 125. Движение, параллельное плоскости — 127. Способ задать движение плоской фигуры — 129. Теорема Шалля — 130. Теорема Пуансо — 132. Построение мгновенного центра и нормалей — 134. Аксиомы — 135. Движение тела, имеющего неподвижную точку — 135. Теорема д'Аламбера — 137. Общий случай перемещения твердого тела — 139. Сложение и разложение поступательных перемещений — 139. Сложение бесконечно малых вращательных перемещений около пересекающихся осей — 140. Сложение вращательных перемещений около параллельных осей — 143. Пара вращений — 146. Аналогия между статикой и кинематикой твердого тела — 148. Теорема Моцци — 150. Системы с одной степенью свободы — 151. Кинематическая цепь, обращение механизмов — 152. Теоремы Аргольда — 153.	
<b>Работа сил</b> . . . . .	155
Работа силы — 155. Основные теоремы относительно работы — 156. Работа сил при поступательном перемещении — 159. Работа сил при вращательном перемещении — 160. Работа сил при любом перемещении твердого тела — 161.	
<b>Принцип возможных перемещений</b> . . . . .	162
Возможные перемещения — 162. Принцип возможных перемещений — 163. Характер равновесия — 167. Эквивалентные системы сил — 169. Число степеней свободы — 170. Применение принципа возможных перемещений к твердому телу — 172. Работа силы тяжести — 175. Равновесие тяжелых систем — 177. Закон Паскаля — 178. Гидростатический парадокс — 179. Закон Архимеда — 181.	

### Часть вторая. Кинематика

<b>Скорость и ускорение точки</b> . . . . .	182
Способы задавать движение точки — 182. Скорость точки — 184. Проекции скорости на координатные оси — 186. Ускорение — 189. Ускорение в прямолинейном движении — 191. Ускорение в круговом равномерном движении — 192. Проекции ускорения на касательную и нормаль — 193. Проекции ускорения на оси координат — 198.	
<b>Скорость и ускорение твердого тела</b> . . . . .	199
Скорости и ускорения точек твердого тела при поступательном его движении — 199. Угловая скорость — 200. Скорости и ускорения точек вращающегося твердого тела — 201. Геометрическая производная — 203. Относительное движение — 205.	

## Часть третья. Динамика

Динамика точки и принцип д'Аламбера . . . . .	210
Масса — 210. Плотность — 210. Количество движения — 211.	
Материальная точка — 213. Первый закон Ньютона; закон инерции — 213. Второй закон Ньютона — 213. Третий закон Ньютона, закон действия и противодействия — 216. Другая форма второго закона Ньютона — 216. Дифференциальные уравнения движения точки — 217. Пример первый. Закон Галилея — 219. Пример второй. Движение тяжелого тела брошенного наклонно к горизонту — 220. Сила инерции — 223. Движение точки по поверхности — 225. Принцип д'Аламбера — 226. Примеры — 228. Силы инерции в системе — 230. Поступательное движение неизменяемой системы — 230. Вращательное движение неизменяемой системы — 231. Свойство моментов инерции — 233. Таблица моментов инерции — 236. Количество движения системы — 237. Зависимость между количеством движения и силами инерции — 240. Приложения к твердому телу — 243.	
Закон количеств и моментов количеств движения. Теорема живых сил . . . . .	244
Четыре теоремы статики — 244. Четыре теоремы динамики — 247. Силы взаимные — 249. Примеры — 249. Связи идеальные — 251. Теорема живых сил для точки — 253. Пример — 256. Теорема живых сил для системы — 256. Живая сила системы, движущейся поступательно — 257. Живая сила системы, вращающейся около оси — 258. Математический маятник — 258. Физический маятник — 261.	

## ВВЕДЕНИЕ.

Механика есть наука о движении материальных тел и о причинах, движение вызывающих. Движение мы противопоставляем покою, и, конечно, изучая движение и его причины, мы должны исследовать и те условия, при которых движения нет, когда тела покоятся. Отсюда вытекает подразделение механики на два обширных отдела. В одном мы изучаем те обстоятельства, при которых тела покоятся; этот отдел носит название статики. В другом мы исследуем собственно движение. Этот второй, весьма обширный, отдел в свою очередь разделяется на два, рассматривающих движение с различных точек зрения.

Мы можем, следя за движением какого-нибудь тела, изучать движение само по себе, не обращая внимания на те причины, которыми это движение вызвано. Так, мы можем задаться вопросом о путях, по которым движутся различные точки данного тела при данном его движении. Мы можем заняться исследованием вопроса, не изменяются ли при движении тела с течением времени форма его, поверхность, объем, относительное расположение его частиц и если изменяются, то по какому закону. Отдел механики, рассматривающий движение с такой геометрической точки зрения, носит название кинематики. В кинематике, обращая внимание только на геометрические элементы и на время, мы можем заменить тела реальными телами идеальными, не имеющими никаких других свойств кроме протяжения. Вся кинематика строится на двух основных понятиях: о пространстве и времени.

Но мы можем исследовать движение с другой точки зрения, интересуясь причинами и обстоятельствами, которыми то или другое движение данного материального физического тела обуславливается. Нам могут при этом представиться два основных вопроса: 1) даны условия, в которые поставлено материальное тело или система тел, требуется найти движение их, и 2) дано движение системы мате-



риальных тел, требуется найти, при каких условиях будет происходить это движение.

Отдел механики, исследующий движение с этой точки зрения, называется кинетикой или динамикой.

В динамике мы имеем дело с материальными телами, и к основным понятиям о пространстве и времени присоединяются понятия о массе и о силе.

### Статика твердого тела.

1. **Сила.** Причины, производящие или изменяющие движение материальных тел, называются силами.

Не зная, что такое сила само по себе, мы тем не менее совершенно ясно понимаем, что каждая сила действует на определенную частицу материального тела по определенному направлению и имеет определенную величину.

Чувство тяжести, которое действует на наше тело всегда в одну и ту же сторону, вид тела, которое падает или остается в покое, будучи подвешено к концу нити, разность веса, которую испытывает наша рука, когда мы берем в нее различные тяжелые тела, и множество других столь же простых фактов приводят нас к понятию о направлении и величине силы.

Материальная частица, на которую сила непосредственно действует, называется точкой приложения силы.

Направлением силы называется направление, по которому сила побуждает двигаться точку приложения.

О величине силы мы судим, сравнивая ее действие с одной определенной силой, принятой за единицу (см. ниже).

Таким образом, сила характеризуется тремя элементами: 1) точкой приложения, 2) направлением и 3) величиной.

2. **Вектор.** С прямолинейным отрезком  $AB$  (черт. 1) связано два противоположных направления: от  $A$  к  $B$  и от  $B$  к  $A$ . Если отрезку  $AB$  припишем одно из этих направлений, например, от  $A$  к  $B$ , то он получает название вектора; при этом точка  $A$  называется началом, точка  $B$  концом вектора  $\overline{AB}$ .

Вектор представляет, следовательно, прямолинейный отрезок, который имеет определенную длину и определенное направление и положение в пространстве.

Вектор обозначается или одной буквой, или двумя буквами, причем сначала всегда пишется и произносится буква, стоящая в начале



Черт. 1.